

DIE DIFFUSIVITÄT VON
ALUMINIUM-, GALLIUM- UND
INDIUMDOTIERTEM SILIZIUM
im Temperaturbereich 20 K bis 300 K

Diss. Erlangen 1983

vorgelegt von
Peter Türkes
aus Lichtenfels/Ofr.

**DIE DIFFUSIVITÄT VON
ALUMINIUM-, GALLIUM- UND
INDIUMDOTIERTEM SILIZIUM
im Temperaturbereich 20 K bis 300 K**

**Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen - Nürnberg
zur
Erlangung des Doktorgrades**

**vorgelegt von
Peter Türkes
aus Lichtenfels /Ofr.**

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaft-
lichen Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 20. 7. 1983

Vorsitzender der Promotionskommission:

Prof. Dr. K. Jakobs

Erstberichterstatter: Prof. Dr. M. Schulz

Zweitberichterstatter: Prof. Dr. K. Heinz

Inhaltsverzeichnis

	Seite
0. Einleitung	1
1. Berechnung der Diffusivität	3
1.1 Streuung an den Kristallbegrenzungen	4
1.2 Phonon- Phononstreuung	5
1.3 Massendifferenzstreuung	6
1.4 Streuung an elastischen Dehnungs- feldern	8
1.5 Störstelleninduzierte Phononenstreu- mechanismen	8
1.51 Resonante Phononenstreuung an einer Störstelle	9
1.52 Resonante Streuung durch den Akzeptor- grundzustand	10
1.6 Zusammenfassung	12
2. Herleitung der Bestimmungsgleichung für die Diffusivität D	13
2.1 Die Wärmeleitungsgleichung	14
2.2 Lösung der Wärmeleitungsgleichung für Wärmeausbreitung längs eines halbumend- lichen Stabes	15
2.3 Lösung der Wärmeleitungsgleichung für eine quaderförmige Probe	15
2.31 Die Hauptlösung der Wärmeleitungs- gleichung	16
2.32 Die Randbedingungen	16
2.33 Konstruktion der Green'schen Funktionen	18
2.34 Berechnung der Temperaturtransienten $\eta(x,t)$ und $\eta(y,t)$	21
2.4 Die endliche Probendicke B	22

	Seite
2.5 Die endliche Heizbreite b_H	23
2.6 Die endliche Probenlänge L	26
2.7 Bemerkung zur endlichen Wärmepuls- breite t_p	26
2.8 Die Auswertung der Temperaturtrans- ienten zur Ermittlung der Diffusivität	30
3. Die Diffusivitätsmessung - experimenteller Teil	33
3.1 Die Probenvorbereitung	37
3.11 Sägen	37
3.12 Implantation und Kontaktierung	39
3.13 Einbau der Probe und Testmessungen	43
3.2 Aufbau des Experiments	44
3.21 Das Kryo- und Vakuumsystem	47
3.22 Das elektrische System	48
3.221 Die Wärmepulsanregung	48
3.222 Die Registrierung der Temperatur- transienten	49
3.3 Test der Meßmethode	50
3.31 Die Unabhängigkeit des Diffusivitäts- werts von der Brückenbetriebsspannung	51
3.32 Die Unabhängigkeit des Diffusivitäts- werts von der Heizenergie Q	51
3.33 Die Unabhängigkeit des Diffusivitäts- werts vom Sensorort auf der Probe	53
4. Ergebnisse der Diffusivitätsmessungen an Silizium	55
4.1 Die Diffusivitätsmessungen an den Referenzproben	55
4.2 Die Diffusivitätsmessungen an den Aluminium-dotierten Siliziumproben	57

	Seite
4.3 Die Diffusivitätsmessungen an den Gallium-dotierten Siliziumproben	57
4.4 Die Diffusivitätsmessungen an den Indium-dotierten Siliziumproben	60
5. Diskussion der Diffusivitätsmessungen	62
5.1 Diskussion der Diffusivitätsmessungen an den Referenzproben	63
5.12 Berechnung einer Diffusivitätskurve für die Referenzproben	64
5.121 Bemerkung zum Versetzungsstreuungsparameter γ	65
5.2 Vergleich: Akzeptordotiertes Silizium Referenz	69
5.21 Folgerungen	74
5.3 Berechnung von Diffusivitätskurven für dotierte Siliziumproben	75
5.4 Diskussion der Meßmethode	81
5.5 Anwendungen für die Meßmethode	81
5.6 Zusammenfassung und Ausblick	82
6. Zusammenfassung	83

Literaturliste

O. Einleitung

Im Hinblick auf die außerordentliche Wichtigkeit von Silizium für die Halbleiterindustrie ist es notwendig, möglichst viele Informationen zu den physikalischen Eigenschaften von Silizium zu sammeln.

So wie die physikalische Größe " Elektrische Beweglichkeit " die Wechselwirkung von Elektronen mit dem Kristall über eine Relaxationszeit oder einer freien Weglänge beschreibt, charakterisiert die physikalische Größe "Diffusivität" die Wechselwirkung von Phononen mit dem Kristall durch die Einführung einer Relaxationszeit oder freien Weglänge.

In der Literatur findet man etliche Arbeiten, die sich theoretisch mit Phononen-Wechselwirkungsmechanismen beschäftigen /Cas 38, Zi 58, Cal 59, Car 61 u.a./, hingegen wird die Diffusivität nur in wenigen Arbeiten zur Charakterisierung eines Festkörpers herangezogen z.B. /Alt 75, Krü 69/. Messungen der Diffusivität an Silizium zur Ermittlung der Wärmeleitfähigkeit werden in /Bee 62/ vorgestellt; die dort genannten Messungen dienen zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit für Temperaturen oberhalb der Raumtemperatur.

Daß eine Dotierung von Silizium mit Akzeptoren den Wärmetransport stark beeinflußt ist aus Messungen der Wärmeleitfähigkeit an Akzeptordotiertem Silizium bekannt /Hol 62, Car 57, DeG 81/.

In der hier vorliegenden Arbeit wird die Diffusivitätsmessung zu tiefen Temperaturen hin ausgedehnt. Die Diffusivität der Akzeptordotierten Siliziumproben wird mit der Diffusivität von schwach dotierten Proben verglichen um auf die Art der Wechselwirkung zwischen den Phononen und den Akzeptoren rückzuschließen.

Die Diffusivitätsmessung wird mit einer Wärmeimpulsmethode durchgeführt. Die zur Auswertung der, mit den Wärmeim-



pulsen erzeugten, Temperaturtransienten notwendigen Gleichungen werden aus der Wärmeleitungsgleichung für die gewählte Probengeometrie abgeleitet.

Der zur zeitabhängigen Temperaturmessung notwendige Sensor wird mit Hilfe der Ionenimplantation gefertigt.

Ziel dieser Arbeit soll es nicht sein aus den gemessenen Diffusivitätskurven neue Wärmeleitfähigkeitskurven für dotierte Siliziumproben zu errechnen, vielmehr soll geklärt werden, inwiefern der Temperaturverlauf der Diffusivität charakteristisch für die Siliziumproben ist. Zu diesem Zweck werden die gemessenen Diffusivitätskurven mit den bekannten theoretischen Modellen für die Phononenwechselwirkungen verglichen.

1. Berechnung der Diffusivität D

Für die Berechnung der Diffusivität wird von der Formulierung zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit nach /Guy 66, 66a/ ausgegangen. Dort findet man für die Wärmeleitfähigkeit λ , nach Lösung der Boltzmann-Gleichung für den Phononentransport in Relaxationszeitnäherung:

$$\lambda = \frac{1}{3} \cdot g \cdot C_v \cdot v_s^2 \cdot \langle \tau \rangle \quad (I1)$$

$\langle \tau \rangle$: gemittelte Relaxationszeit, C : spez. Wärme
 v_s : Schallgeschwindigkeit, g : Dichte

Nun ist die Diffusivität als Quotient

$$D = \lambda / g C_v$$

gegeben. Das heißt, mit (I1), die Diffusivität D wird durch die gemittelte Relaxationszeit der Phononen $\langle \tau \rangle$ gegeben:

$$D = \frac{1}{3} \cdot v_s^2 \cdot \langle \tau \rangle \quad (I1a)$$

Die Berechnung der Diffusivität D ist auf die Berechnung einer mittleren Relaxationszeit zurückgeführt, die Schallgeschwindigkeit kann im weiteren als konstant angenommen werden.

Die mittlere Relaxationszeit ist gegeben durch /Guy 66/:

$$\langle \tau \rangle = \int_0^{\Theta_D/\tau} \tau_{ges}(x) \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \bigg/ \int_0^{\Theta_D/\tau} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \quad ; \quad x = \frac{\hbar \omega}{k_B \cdot T} \quad (I2)$$

Θ_D : Debye-Temperatur

Diese Formulierung ist in guter Näherung auch für den zeitabhängigen Phononentransport gültig /Guy 66a/.

Die in (I2) eingeführte Relaxationszeit τ_{ges} ist die Gesamtrelaxationszeit einer Phononenmode mit der Frequenz ω

und setzt sich aus den Relaxationszeiten $\bar{\tau}_i$ für die verschiedenen Streuprozesse zusammen. Für elastische- und polarisationserhaltende Streuprozesse gilt /z.B. Be 76/:

$$\bar{\tau}_{\text{ges}}^{-1} = \sum_i \bar{\tau}_i^{-1} \quad (13)$$

Die Berechtigung für diese Formulierung wird in den einschlägigen Arbeiten zu den Theorien der Phononenwechselwirkungsprozesse /Kl 58, Cal 59, Car 61/ diskutiert.

Die Einmodenrelaxationszeiten werden frequenz- und temperaturabhängig in der Literatur hergeleitet /Kl 58, Cal 59/.

Im weiteren werden nun Relaxationszeiten, die zur Berechnung der Diffusivität herangezogen werden sollen, diskutiert; diese sind:

- Streuung an Kristallbegrenzungen
- Phonon - Phononstreuung
- Massendifferenzstreuung
- Streuung durch elastische Dehnungsfelder
- Streuung durch "Störstellen"

1.1 Streuung an den Kristallbegrenzungen

Dieser Streumechanismus ist bereits in der klassischen Arbeit von Casimir /Cas 38/ behandelt.

Wird zu tiefen Temperaturen hin, Temperaturen unterhalb etwa $1/10 \Theta_D$, sind hier tiefe Temperaturen, die Relaxationszeit so groß, daß die zugehörige freie Phononenweglänge l

$$l = v_s \cdot \tau$$

mit den Kristalldimensionen vergleichbar wird, so erreicht die Relaxationszeit einen konstanten Endwert. Für diffuse Streuung der Phononen an den Kristallbegrenzungen ist die Relaxationszeit frequenzunabhängig.

Die reziproke Relaxationszeit ist dann gegeben durch:

$$\tau_{\text{KB}}^{-1} = v_s / L_c \quad (14)$$

Die charakteristische Länge L_c (= Casimirlänge) wird durch geometrische Mittelung über die Kristalldimensionen errechnet /Pa 75/. Für die Rechnung wird aber oft die kleinste Kristalldimension eingesetzt.

1.2 Phonon - Phononstreuung

Phononen wechselwirken über die Anharmonizitäten des Gitterpotentials miteinander.

Für die Beschreibung des phononischen Wärmetransports sind insbesondere die "Drei - Phononprozesse" von Bedeutung. Bei der Streuung muß die Energie und der Quasiimpuls in der folgenden Weise beschrieben werden:

$$\underline{k}_1 + \underline{k}_2 = \underline{k}_3 + \underline{G}$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$$

Ist $\underline{G} = 0$ so spricht man von Normalprozessen; da dabei der resultierende Gesamtquasiimpuls des Phononensystems nicht geändert wird tragen sie auch nicht zu einem Wärmewiderstand bei /Be 76/. Da durch die Normalprozesse aber Energie zwischen den Moden ausgetauscht wird, sind sie auch nicht zu vernachlässigen.

Ist $\underline{G} \neq 0$ so spricht man von Umklappprozessen. Wegen der Translationssymmetrie des Gitters ist ein Summenvektor $\underline{k}_3$, der aus der ersten Brillouinzone hinausführt, äquivalent zu einem Vektor aus der ersten Brillouinzone $\underline{k}'$. Durch Addition eines reziproken Gittervektors wird $\underline{k}_3$ in $\underline{k}'$ übergeführt.

Für das Zustandekommen eines Umklappprozesses muß für

die Vektoren $\underline{k}_1$ und $\underline{k}_2$ gelten:

$$|\underline{k}_1| \text{ u. } |\underline{k}_2| \geq |\underline{G}|/2$$

Entsprechend muß für die Energien $\hbar\omega_1$ und $\hbar\omega_2$ gelten:

$$\hbar\omega_1 \text{ u. } \hbar\omega_2 \geq k_3 \Theta_D/2$$

Die Phononen müssen also Energien haben die größer als die halbe Zonenrandenergie sind. Zu tiefen Temperaturen hin frieren die Umklappprozesse rasch aus.

In der Literatur wird die reziproke Relaxationszeit für "Drei - Phononenprozesse" aus zwei Teilen zusammengesetzt / z. B. Er 69/. Dabei beschreibt der eine Teil die Normalprozesse, der andere Teil die Umklappprozesse. In dieser Beschreibung ist die Frequenzabhängigkeit gleich, die Temperaturabhängigkeit ist jedoch verschieden; das Ausfrieren der Umklappprozesse wird dort durch einen Exponentialfaktor beschrieben. Als reziproke Relaxationszeit für "Drei - Phononprozesse" findet man /Hol 63/:

$$\tau_{3ph}^{-1} = (B_1 e^{-\Theta_D/2T} + B_2) \omega^2 T^3 \quad (15)$$

Die Parameter B_1 und B_2 werden dabei als Anpaßparameter genommen.

1.3 Massendifferenzstreuung

Neben der Streuung der Phononen durch den Massenunterschied zwischen den Gitteratomen führt auch das veränderte elastische Verhalten des Gitters in der Umgebung einer punktförmigen Gitterstörung zur Phononenstreuung. In ihrer Frequenzabhängigkeit sind diese beiden Ursachen nicht zu unterscheiden /K158/.

Für den Fall langer Phononenwellenlängen ist die Beschreibung dieser Streumechanismen mit den klassischen Methoden

der Kontinuumsmechanik möglich /Zi 58/.

Dabei findet man eine Formel für "Rayleigh Streuung" der elastischen Gitterwellen, d.h. die reziproke Relaxationszeit $\tau_{\Delta M}^{-1}$ ist proportional zu ω^4 (ω : Phononenfrequenz). Carruthers /Car 61/ behandelt die Massendifferenzstreuung der Phononen quantenmechanisch und findet dabei eine Formel für die reziproke Relaxationszeit $\tau_{\Delta M}^{-1}$:

$$\tau_{\Delta M}^{-1} = \frac{V_0 \Gamma}{4\pi} D(\omega) \cdot \omega^2 \quad (I6)$$

Dabei ist V_0 das Atomvolumen, $D(\omega)$ ist die phononische Zustandsdichte, Γ beschreibt die Massendifferenz.

Dabei ist Γ gegeben durch:

$$\Gamma = \sum_i f_i (1 - M_i/M)^2$$

f_i : Häufigkeit der Masse M_i des i -ten Atoms

M : mittlere Atommasse

In Debye'scher Näherung ($D(\omega) = \omega^2/v_s^3$) ist die reziproke Relaxationszeit für die Massendifferenzstreuung durch

$$\tau_{\Delta M}^{-1} = \frac{V_0 \Gamma}{4\pi v_s^3} \omega^4 \quad (I7)$$

gegeben. Da die gleiche Frequenzabhängigkeit auch für die Streuung der Phononen an der veränderten elastischen Umgebung einer punktförmigen Störstelle gefunden wird, gibt man eine allgemeine Relaxationszeit für die Streuung durch die Störung der Gitterperiodizität an,

$$\tau_{GP}^{-1} = A \omega^4 \quad (I8)$$

die durch eine Konstante A bestimmt wird.

1.4 Streuung an elastischen Spannungsfeldern

In Kristallen liegen ausgedehnte elastische Spannungsfelder in der Umgebung größerer Gitterdefekte vor. Im besonderen treten langreichweitige Spannungsfelder in der Umgebung von Versetzungslinien auf. Diese Spannungsfelder führen zu einer lokalen Änderung des "Brechungsindex" für Phononen und damit zu einer effektiven Phononenstreuung.

In der Literatur /Zi 58, Car 61, Oh 68/ werden Relaxationszeiten für die versetzungsinduzierte Spannungsfeldstreuung berechnet. Man findet dort eine lineare Frequenzabhängigkeit der reziproken Relaxationszeit τ_v^{-1} .

$$\tau_v^{-1} = Y \cdot \omega$$

(19)

Der angegebene Proportionalitätsfaktor Y wird im wesentlichen von der Versetzungsdichte bestimmt. Über den Parameter Y erhält man also einen Zugang zu einem sonst schwer zugänglichen Kristallcharakteristikum, der inneren Verspannung.

1.5 Störstelleninduzierte Phononenstreumechanismen

Für die Behandlung dieser Streumechanismen wird davon ausgegangen, daß die Wechselwirkung der Phononen mit den Störstellen elastisch und in einer Art erfolgt, für die die Relaxationszeitznäherung anwendbar bleibt. Für die im folgenden zu beschreibenden Modelle sind in der Literatur die zugehörigen reziproken Relaxationszeiten angegeben.

1.51 Resonante Phononenstreuung an einer Störstelle

Unterscheidet sich ein Störatom durch seine Masse von den Atomen des Grundgitters, so kommt es zum Auftreten von lokalisierten Gitterschwingungen in den verbotenen Bereichen des Schwingungsspektrums oder zu resonanten Bandmoden in den erlaubten Bereichen des Schwingungsspektrums /Mad 73/. Wagner /Wag 63/ erarbeitete eine Theorie, die eine resonante Phononenstreuung an den resonanten Bandmoden des akustischen Phononenzweiges voraussagt. Leider beinhaltet die bei /Wag 63/ angegebene Relaxationszeit Parameter, die nicht zugänglich sind, so daß ein Vergleich dieses Modells mit dem Experiment schwierig ist.

Es ist allerdings möglich das Störatom als resonantes Streuzentrum zu behandeln das in einer elastischen Umgebung schwingt und Kugelwellen in den umgebenden Kristall emittiert. Dieses Streumodell wird bei Mc Combie und Slater /Mc Co 64/ behandelt. Die zugehörige reziproke Relaxationszeit τ_{Res}^{-1} in der Debye'schen Näherung lautet /Mc Co 64/:

$$\tau_{\text{Res}}^{-1} = \frac{\frac{3}{2} \pi \cdot \frac{N_s}{N} \cdot \left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_D}\right)^4}{\left(1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta M}{M}\right) \frac{\omega^2}{\omega_D^3} \left(2\omega_D + \omega \ln\left(\frac{|\omega_D - \omega|}{\omega_D + \omega}\right)\right)\right)^2 + \left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2 \cdot \frac{3\pi^2 \omega}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_D}\right)^6} \quad (110)$$

Diese reziproke Relaxationszeit beinhaltet neben dem Resonanzterm auch die ω^4 -Abhängigkeit die schon bei der Massendifferenzstreuung (vgl. 1.3) gefunden wird.

Der Resonanzterm wird durch den Massendefekt der Störstelle $(M_s - M)/M = \Delta M/M$ und der Debyefrequenz ω_D bestimmt.

Die Konzentration der Störstelle N_s (N: Konzentration der Gitterplätze) geht linear in die reziproke Relaxationszeit ein.

Es ist zu erwarten, daß Störstellen mit einem großen Massendefekt Ursache zu dieser Art Phononenstreuung sein können; hingegen sollte bei kleinem Massendefekt nicht mit einer resonanten Phononenstreuung auf der Basis dieses Modells zu rechnen sein.

1.52 Resonante Streuung durch den Akzeptorgrundzustand

Die im folgenden angeführten Überlegungen gelten nur für den Fall, daß die Störstelle ein Akzeptor in Silizium ist. Ähnliche Herleitungen für Donatoren in Silizium sind in der Literatur zu finden /Gr 63/.

Der Grundzustand eines Akzeptors in Silizium ist vierfach entartet und hat Γ_8 - Symmetrie /Koh 57/. Durch symmetrierniedrigende Einwirkungen wie z.B. Druck, kann die Entartung des Grundzustandes aufgehoben werden und das Quartett spaltet in zwei Dubletts auf.

Eine Aufhebung der Entartung geschieht auch durch Wechselwirkung des Akzeptorgrundzustands mit Phononen der Symmetrien $E(\Gamma_3)$ und $T_2(\Gamma_5)$; dieses ist der dynamische Jahn - Teller Effekt /Mor 70/.

Phononen mit E- Symmetrie können als lokale Dehnung in $\langle 100 \rangle$ - Richtung, die Phononen mit T_2 - Symmetrie als lokale Dehnung in $\langle 111 \rangle$ - Richtung angesehen werden.

Die Phononenstreuung am aufgespaltenen Akzeptorgrundzustand ist bei /Suz 71/ und bei /Sig 82/ theoretisch behandelt.

Die Behandlung nach /Sig 82/ zeichnet sich durch Allgemeinheit aus und beinhaltet im Grenzfall die Behandlung nach /Suz 71/. Für die Rechnung ist die bei /Suz 71/ angegebene, reziproke Resonanzrelaxationszeit $\tau_{Ak_2}^{-1}$ einfacher zu handhaben.

Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten, wird die bei /Suz 71/ angegebene reziproke Relaxationszeit, die für jeden Phononenzweig einzeln zu behandeln ist, über einen mittleren Phononenzweig charakterisiert, der durch eine zugehörige mittlere Schallgeschwindigkeit v_s beschrieben ist. Die funktionale Abhängigkeit bleibt dadurch erhalten; der durch die Vereinfachung eintretende Rechenfehler wird aber nicht weiter diskutiert.

Bestimmt wird die reziproke Relaxationszeit nach /Suz 71/ durch die Aufspaltungsenergie Δ und eine Abschneidefunktion $f(\omega/v_s)$, die die Ausdehnung der Störstelle repräsentiert.

Gleichzeitig beschreibt die Abschneidefunktion, daß resonante Wechselwirkung der Phononen mit der Störstelle nur dann auftritt, wenn die Wellenlänge der Phononen vergleichbar mit dem Durchmesser der Störstelle wird. Der Störstellendurchmesser ist dabei durch einen effektiven Bohrradius a^* beschrieben. Dieser effektive Bohrradius ist kleiner als der durch die effektive Massennäherung zu erwartende Bohrradius der Störstelle.

Zwei weitere Abschneidefunktionen beschreiben die unterschiedliche Wechselwirkung der Störstelle mit transversalen und longitudinalen Phononenzweigen. Dabei werden mittlere longitudinale- und transversale Schallgeschwindigkeiten ($v_{\text{long}}, v_{\text{trans}}$) eingeführt. Die Parameter D_u^a und D_{ut}^a sind die Deformationspotentiale für $\langle 100 \rangle$ - bzw. $\langle 111 \rangle$ -Dehnung.

Die vereinfachte reziproke Relaxationszeit nach /Suz 71/ lautet dann:

$$\tau_{Ak2}^{-1} = \frac{N_s \cdot \omega^4}{100 \pi g^2 v_s^2} \cdot \left(\frac{2}{3} D_u^a \right)^4 f^2 \left(\frac{\omega}{v_s} \right) \cdot \frac{\left(v_{\text{long}}^{-5} f^2 \left(\frac{\omega}{v_{\text{long}}} \right) + \frac{3}{2} v_{\text{trans}}^{-5} f^2 \left(\frac{\omega}{v_{\text{trans}}} \right) \right)}{\left(\Delta^2 - \frac{1}{2} \omega^2 \right)^2} \cdot \left((10 + 3,33 D^4) \Delta^2 + 10,33 (1 + D^2) \frac{1}{2} \omega^2 \right)$$

(I11)

$$D = D_u^a / D_{ut}^a ; \quad f(\omega/v) = (1 + 0,25(a^* \cdot \omega/v)^2)^{-2}$$

N_s : Konzentration der Störstelle

g : Dichte

1.6 Zusammenfassung

In den vorhergehenden Abschnitten sind zunächst Relaxationszeiten, die aus der Literatur bekannt sind, vorgestellt worden. Diese Relaxationszeiten (vgl. Abschn. 1.1 mit 1.4) sind Störstellenunabhängig und können somit zur Beschreibung der Diffusivität des reinen Gitters herangezogen werden. Dabei ergibt sich aus der Frequenzabhängigkeit der reziproken Relaxationszeiten τ_i^{-1} und der Berechnungsvorschrift für die Diffusivität (vgl. Formel I1a) der Temperaturbereich in dem die einzelnen Streumechanismen dominierend sind. Bei sehr tiefen Temperaturen sollte die Diffusivität allein durch die Phononenstreuung an den Kristallbegrenzungen bestimmt sein; Bei sehr hohen Temperaturen dagegen durch die Phonon-Phononstreuung. Die anderen Streumechanismen werden sich dann im Temperaturbereich dazwischen bemerkbar machen.

Die beiden vorgestellten Resonanzstreuungprozesse werden als maßgeblich für die Phononenstreuung in dotiertem Silizium erachtet.

Andere, denkbare Phononenstreumechanismen wie z.B. die Streuung an freien Elektronen [Zi 56] oder die Streuung an Stapelfehlern werden nicht berücksichtigt.

Das ist gerechtfertigt weil:

- a) auch bei hochdotierten Proben, wie in den weiter hinten beschriebenen, die Ladungsträgerkonzentration nicht so hoch wird, daß elektronische Wärmeleitfähigkeit berücksichtigt werden muß

und weil

- b) durch die fortgeschrittenen Kristallzuchtverfahren Stapelfehler in Silizium vermieden werden.

2. Herleitung der Bestimmungsgleichung für die Diffusivität D

Die Bestimmungsgleichung für die Diffusivität ist die Lösung der Wärmeleitungsgleichung.

Zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung werden die durch die Probenanordnung und durch die Wärmeeinkopplung in die Probe vorgegebenen Randbedingungen benötigt.

Die Probenanordnung, die zur Messung herangezogen wird, ist in Bild 1 skizziert. Diese Anordnung ergibt sich aus den später zu beschreibenden präparativen Erfordernissen. Die Probe ist quaderförmig, mit einer Länge L , einer Breite l und einer Dicke B . Zur Einkopplung eines δ -förmigen Wärmepulses ist am einen Ende der Quaderdeckfläche ein Widerstand aufgebracht. Zur Detektion der durch den Wärmepuls ausgelösten Temperaturerhöhung ist parallel zum Heizwiderstand, etwa in Quaderflächenmitte, ein Temperatursensor aufgebracht. Das dem Heizer gegenüberliegende Ende der Probe ist am Wärmebad angebracht.

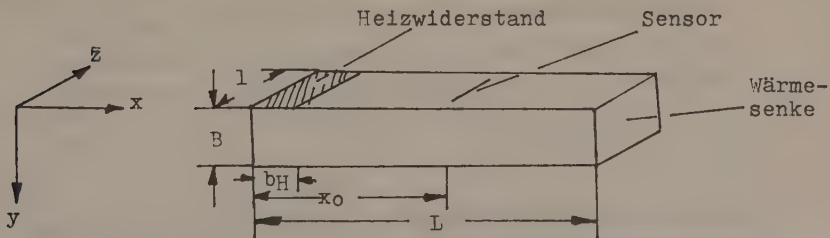


Bild 1: Anordnung der Probe

b_H : Breite des Heizwiderstands

x_0 : Abstand Probenende - Sensor

2.1 Die Wärmeleitungsgleichung

Verbunden mit einem Wärmefluß $\underline{W}$ in einem Körper ist eine, i.a. zeitliche, Änderung des Energieinhalts Q . Dieser Sachverhalt wird durch die Kontinuitätsgleichung beschrieben:

$$\operatorname{div} \underline{W} = - \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (\text{II1})$$

Mit der Änderung des Energieinhalts ist eine Änderung der Temperatur $\eta = T - T_0$ verbunden; formelmäßig beschrieben wird das durch:

$$dQ = c \cdot \varrho \cdot d\eta \quad (\text{II2})$$

Dabei ist c die spezifische Wärme des Körpers und ϱ dessen Dichte. Isotropizität vorausgesetzt bedeutet das:

$$\operatorname{div} \underline{W} = - c \cdot \varrho \cdot \frac{d\eta}{dt} \quad (\text{II3})$$

Durch den Fourierschen Ansatz wird der Zusammenhang zwischen Wärmefluß $\underline{W}$ und Gradient der Temperaturänderung η über die Wärmeleitfähigkeit λ hergestellt:

$$\underline{W} = - \lambda \operatorname{grad} \eta \quad (\text{II4})$$

Einsetzen von (II4) in (II3) liefert dann die bekannte Wärmeleitungsgleichung:

$$\Delta \eta = \frac{\lambda}{\varrho \cdot c} \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{oder} \quad \Delta \eta = D \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (\text{II5})$$

Die Diffusivität D ist also als Quotient aus der Wärmeleitfähigkeit λ und Dichte $\varrho \cdot$ spez. Wärme c gegeben.

2.2 Lösung der Wärmeleitungsgleichung für Wärmeausbreitung längs eines halbbunendlichen Stabes

Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung (II5) für ein-dimensionale Wärmeleitung in einem halbbunendlichen Stab läßt sich sofort angeben, da dieses Problem in Vorlesungen und einführenden Büchern über partielle Differentialgleichungen /z.B. Som 62/ gelöst wird. Es wird dabei angenommen, daß die Wärme Q homogen über der Stirnfläche des Stabes $A = B \cdot l$, δ - förmig freigesetzt wird. Der Stab habe die Dichte ρ und die spezifische Wärme c .

Die orts- und zeitabhängige Temperaturerhöhung ist dann durch eine Gaußfunktion gegeben:

$$\eta^{\circ}(x,t) = \frac{Q}{A \cdot \rho \cdot c} \cdot \frac{1}{\sqrt{4Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad (\text{II6})$$

Daß die jetzt angegebene orts- und zeitabhängige Temperaturerhöhung (= Temperaturtransiente) ebenfalls zur Beschreibung der Wärmeausbreitung in der Probengeometrie nach Bild 1 herangezogen werden kann muß im weiteren gezeigt werden.

2.3 Lösung der Wärmeleitungsgleichung für eine quaderförmige Probe

Nach der Angabe der Randbedingungen, die für die Probenanordnung (vgl. Bild 1) gilt, wird mit Hilfe der Green'schen Funktionen /Car 59/ die Lösung der Wärmeleitungsgleichung gefunden.

Die Green'schen Funktionen werden mit dem Sommerfeld'schen Spiegelungsverfahren /Som 62/ konstruiert.

2.31 Die Hauptlösung der Wärmeleitungsgleichung

Unter der Hauptlösung versteht man die Funktion U , die die räumliche und zeitliche Wärmeausbreitung aus einem Wärmepol am Ort (ξ, η, ω) , der zum Zeitpunkt τ vorhanden ist, beschreibt.

Im dreidimensionalen Fall, gemeint ist dabei die Richtung der Wärmeausbreitung, ist das die Funktion:

$$U^{(3)}(x, y, z, t) = (4\pi \cdot \mathcal{D}(t-\tau))^{-3/2} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\omega)^2}{4 \mathcal{D}(t-\tau)}\right) \quad (\text{II7})$$

Die Hauptlösungen für den Zwei- bzw. Eindimensionalen Fall gehen durch Integration aus U^3 hervor.

Man findet dann:

$$U^{(2)}(x, y, t) = (4\pi \cdot \mathcal{D}(t-\tau))^{-1} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{4 \mathcal{D}(t-\tau)}\right) \quad (\text{II8})$$

$$U^{(1)}(x, t) = (4\pi \cdot \mathcal{D}(t-\tau))^{-1/2} \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4 \mathcal{D}(t-\tau)}\right) \quad (\text{II9})$$

Die Hauptlösung $U^{(1)}$ wird zur weiteren Rechnung herangezogen.

2.32 Die Randbedingungen

Die Randbedingungen geben die Temperaturerhöhungen und die Wärmeflüsse auf den Berandungen des Körpers vor.

Für die gewählte Probengeometrie (vgl. Bild 1) gelten die Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \eta(x=L) &= 0 & \frac{d\eta}{dy}(y=0) &= 0 \\ \frac{d\eta}{dx}(x=0) &= 0 & \frac{d\eta}{dy}(y=B) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II10})$$

Die Randbedingungen bedeuten im einzelnen, daß die Probe bei $x = L$ Umgebungstemperatur hat, d.h. $\eta = 0$ und daß die übrigen Oberflächen thermisch isoliert sind.

Für die z -Richtung sind keine Randbedingungen angegeben; da sich die Wärmequelle (der Heizwiderstand) über die gesamte Probenbreite erstreckt und die Wärme homogen vom Heizwiderstand freigesetzt wird bildet sich in z -Richtung auch kein Temperaturgradient aus.

Der Heizwiderstand, das ist der Streifen $0 \leq x \leq b_H$ soll zur Zeit $\tau = 0$ eine momentane Wärmequelle sein.

Gesucht ist nun die Temperaturtransiente $\eta(x, y, t)$ im Rechteck $0 \leq x \leq L$ und $0 \leq y \leq B$, insbesondere ist nach dem Verlauf der Temperaturtransienten am Sensorort $x = x_0$ und $y = 0$ gefragt.

Ein sehr elegantes Verfahren zum Erhalt der Temperaturtransienten und dessen Begründung ist bei /Som 62/ und /Car 59/ zu finden.

Danach ist die Temperaturtransiente $\eta(x, y, t)$ in einem endlichen, zweidimensionalen Gebiet durch das Produkt der jeweiligen eindimensionalen Transienten $\eta(x, t)$ und $\eta(y, t)$ gegeben:

$$\eta(x, y, t) = \eta(x, t) \cdot \eta(y, t)$$

Die eindimensionalen Transienten sind dabei durch die Formeln:

$$\eta(x, t) = \sqrt{\gamma} \int_0^{b_H} f(\xi) G(x, \xi, t) \cdot d\xi \quad (\text{III11a})$$

$$\eta(y, t) = \sqrt{\gamma} \int_0^B f(\kappa) G(y, \kappa, t) d\kappa \quad (\text{III11b})$$

gegeben. Die Funktionen $f(\xi)$ und $f(\kappa)$ beschreiben die Verteilungen von Wärmepolen, der "Stärke" $\sqrt{\gamma}$ in x -Richtung bzw. in y -Richtung. Die Green'schen Funktionen $G(x, \xi, t)$ und $G(y, \kappa, t)$ erfüllen die Randbedingungen und werden aus Einheitswärmepolen konstruiert /Som 62/.

2.33 Konstruktion der Green'schen Funktionen

Mit Hilfe des Spiegelungsverfahrens /Som 62/ werden die Green'schen Funktionen $G(x, \xi, t)$ und $G(y, \eta, t)$ aus Einheitswärmepolen (das sind die Hauptlösungen der Wärmeleitungsgleichung) zusammengesetzt.

Zur Verdeutlichung wird am Beispiel einer Berandung des Grundgebietes (entsprechend einer halbunendlichen Probe) die Green'sche Funktion für die isotherme und für die adiabate Randbedingung angegeben.

Befindet sich die Berandung bei $x = 0$ und liegt die isotherme Randbedingung vor ($\gamma = 0$), so wird ein positiver Einheitswärmepol (das ist eine Quelle) bei $x = +\xi$ mit einem negativen Wärmepol (das ist eine Senke) bei $x = -\xi$ aufsummiert. Auf der Berandung wird dann durch die Summe:

$$G = U(+\xi) - U(-\xi)$$

die Randbedingung erfüllt, die Green'sche Funktion ist konstruiert.

Liegt bei $x = 0$ eine adiabate Randbedingung vor ($\frac{d\eta}{dx} = 0$), so wird ein positiver Wärmepol bei $x = +\xi$ mit einem positiven Wärmepol bei $x = -\xi$ summiert. Daß die dadurch konstruierte Green'sche Funktion:

$$G = U(+\xi) + U(-\xi)$$

die Randbedingung bei $x = 0$ erfüllt findet man durch nachrechnen.

In der Probenanordnung nach Bild 1 wird die Temperaturtransiente in x- und y-Richtung gesucht, d.h. in x- sowie in y-Richtung sind jeweils zwei Spiegelebenen zu berücksichtigen.

Die Konstruktion der Green'schen Funktionen für die beiden Richtungen ist in den Bildern 2a und 2b grafisch gezeigt. Diese Bilder sind dem Buch von Sommerfeld /Som 62/ entlehnt.

Mit den Randbedingungen (vgl. II10) findet in x-Richtung:

Quellen bei $x = \pm \frac{1}{2} \pm 4n \cdot L$

Senken bei $x = \pm \frac{1}{2} \pm (4n+2) \cdot L$

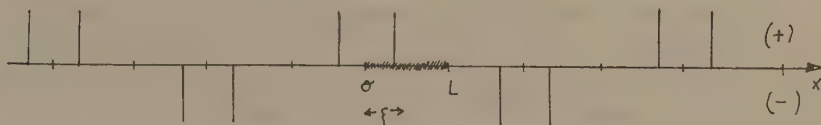


Bild 2a: Anordnung von Quellen und Senken in x-Richtung

Die Green'sche Funktion in x-Richtung lautet dann:

$$G(x, \xi, t) = (4\pi \cdot D \cdot t)^{-1/2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \left\{ \exp \left[- (x - \xi - 2nL)^2 / 4Dt \right] + \exp \left[- (x + \xi - 2nL)^2 / 4Dt \right] \right\}$$

Mit den Randbedingungen (vgl. II10) findet man in y-Richtung:

Quellen bei $y = \pm \frac{1}{2} \pm 2m B$

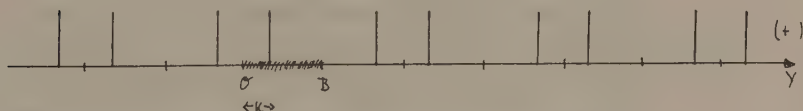


Bild 2b: Anordnung der Quellen in y-Richtung

Die Green'sche Funktion in y-Richtung lautet dann:

$$G(y, \eta, t) = (4\pi \cdot D \cdot t)^{-1/2} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[- (y + \eta + 2mB)^2 / 4Dt \right] + \exp \left[- (y - \eta + 2mB)^2 / 4Dt \right] \right\}$$

Die hier für die x- und die y-Richtung angegebenen Green'schen Funktionen findet man bei Sommerfeld /Som 62/ in einer Äquivalenten aus δ -Funktionen bestehenden Darstellung.

2.34 Berechnung der Temperaturtransienten $\eta(x, t)$ und $\eta(y, t)$

Jetzt sind alle Voraussetzungen gegeben um die Temperaturtransienten $\eta(x, t)$ und $\eta(y, t)$ berechnen zu können. Die schon weiter vorne angegebene Bedingung, daß der Streifen $0 \leq x \leq b_H$ und $y = 0$ zum Zeitpunkt $\tau = 0$ eine momentane Wärmequelle sein soll, führt zu den Verteilungsfunktionen für die Quellen $f(x)$ und $f(y)$:

$$\text{in } x\text{-Richtung} \quad f(x) = 1/lb_H = \text{const für } 0 \leq x \leq b_H \\ = 0 \quad \text{sonst}$$

$$\text{in } y\text{-Richtung} \quad f(y) = \delta(y = 0)$$

l : Länge des Heizwiderstandes

Die Auswertung des Integrals (III1a) liefert die Temperaturtransiente in x -Richtung:

$$\eta(x, t) = \frac{\sqrt{\tau}}{2 \cdot l \cdot b_H} \cdot \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x + b_H}{2 \sqrt{\tau \cdot t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x - b_H}{2 \sqrt{\tau \cdot t}} \right) \right] + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x + b_H - 2nl}{2 \sqrt{\tau \cdot t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x - b_H - 2nl}{2 \sqrt{\tau \cdot t}} \right) \right]$$

Analog liefert die Auswertung des Integrals (III1b) die Temperaturtransiente in y -Richtung:

$$\eta(y, t) = \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{4 \pi \tau t}} \cdot 2 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \exp \left[- (y + 2mB)^2 / 4Dt \right]$$

Ein Theorem über die periodische Fortsetzung von geraden Funktionen /Car 58/ gestattet es das Ergebnis für die Temperaturtransiente in y -Richtung umzuschreiben:

$$\eta(y, t) = \frac{\sqrt{\tau}}{B} \cdot \left\{ 1 + 2 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \exp \left[- m^2 \pi^2 Dt / B^2 \right] \cdot \cos \frac{m \cdot y \cdot \pi}{B} \right\}$$

Die Produktbildung von $\eta(x, t)$ und $\eta(y, t)$ führt dann zur Temperaturtransienten im Rechteck $0 \leq x \leq L$ und $0 \leq y \leq B$:

$$\eta(x, y, t) = \frac{Q}{2 \cdot V_H \cdot \gamma \cdot c} \cdot \left\{ \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x + b_H}{2 \sqrt{D t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x - b_H}{2 \sqrt{D t}} \right) \right] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x + b_H - 2nL}{2 \sqrt{D t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x - b_H - 2nL}{2 \sqrt{D t}} \right) \right] \right\} \cdot \\ \cdot \left\{ 1 + 2 \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \exp \left(-m^2 \pi^2 D t / B^2 \right) \cos \frac{m \pi y}{B} \right\} \quad (\text{II12})$$

Dimensionsmäßig beschreibt der Vorfaktor in (II12) die Anfangstemperaturerhöhung durch die freigesetzte, momentane Wärme Q im Volumen unter dem Heizer $V_H = b_H \cdot B \cdot L$. Die Stärke γ ist also nichts anderes als: $\gamma = Q / (\delta \cdot c)$.

In der Formel (II12) ist die Abhängigkeit der Temperaturtransienten von der Probendicke B , der Heizwiderstandsbreite b_H und der Probenlänge L enthalten.

In den folgenden Abschnitten soll nun gezeigt werden, für welche Längenverhältnisse dieser Probendimensionen relativ zum Sensorort x_0 die Formel (II12) durch die Formel für lineare Wärmeausbreitung (II6) approximiert wird.

2.4 Die endliche Probendicke B

Vor Fortführung der Diskussion wird zur Vereinfachung der Formeln eine dimensionslose Zeit $\alpha = t/t_g$ eingeführt. Dabei ist t_g gegeben durch: $t_g = x_0^2 / 2D$. Die Zeit t_g ist die Zeit des Maximums der Transiente $\eta^\circ(x_0, t)$ (vgl. II6). Durch das Einsetzen von x_0 wird die Frage nach dem Verlauf der Transiente am Sensorort charakterisiert. Die Abhängigkeit der Temperaturtransiente am Sensorort von der Probendicke wird allein durch die in der y -Transiente $\eta(y, t)$ auftretenden Summe beschrieben.

Für den Sensorort $x = x_0$, $y = 0$ gilt $\cos(m \cdot \pi \cdot y/B) = 1$.
Somit muß, damit der Dickeneinfluß auf die Temperaturtransiente am Sensorort vernachlässigt werden kann gelten:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \exp(-m^2 \pi^2 \alpha \cdot x_0^2 / 2B^2) \ll \frac{1}{2}$$

Insbesondere muß diese Bedingung auch für $m = 1$ erfüllt sein.

Da die Parameter x_0 und B durch die Probenpräparation vorgegeben werden können, kann abgeschätzt werden für welche Zeiten α kein Einfluß der Dicke B auf die Temperaturtransiente festgestellt werden kann.

Beispiel: Gibt man sich als Grenze für den Summenwert $\sim 10^{-3}$ vor und liegt das Verhältnis $x_0/B > 20$, so ist der Verlauf der Transiente für Zeiten $\alpha > 10^{-2}$ von der Probendicke B unbeeinflusst.

Die Dickenabhängigkeit in (II12) läßt sich also eliminieren und es gilt:

$$\eta(x_0, \alpha) = \frac{Q}{2 \sqrt{\pi} \sqrt{\alpha}} \left\{ \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1 + \frac{b_H}{x_0}}{\sqrt{2\alpha}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{1 - \frac{b_H}{x_0}}{\sqrt{2\alpha}} \right) \right] + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} (-1)^n \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1 + \frac{b_H}{x_0} - 2n \frac{L}{x_0}}{\sqrt{2\alpha}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{1 - \frac{b_H}{x_0} - 2n \frac{L}{x_0}}{\sqrt{2\alpha}} \right) \right] \right\} \quad (\text{II12a})$$

Die Temperaturtransiente beschreibt jetzt die eindimensionale Wärmeausbreitung und ist gegenüber der idealisierten Temperaturtransiente η^0 noch von den Parametern b_H und L abhängig. Diese Abhängigkeiten werden jetzt diskutiert.

2.5 Die endliche Heizbreite

Die Annahme, daß nur eindimensionale Wärmeleitung zu berücksichtigen ist läßt einen ersten Vergleich zur Ermittlung des Einflusses der Heizbreite b_H auf die Temperaturtransiente zu.

Dazu wird die Funktion $\eta(x_0, \alpha)$ vereinfacht. Die Fehlerfunktionen werden deshalb in Taylorreihen nach b_H entwickelt, und zwar die Fehlerfunktionen vor der Summe bis zur dritten Ableitung und die Fehlerfunktionen in der Summe bis zur ersten Ableitung. Nach einigen Umformungen findet man dann:

$$\eta(x_0, \alpha) = \frac{Q}{\beta \cdot l \cdot c \cdot a} \sqrt{\frac{2}{x_0^2 \pi \alpha}} \exp\left(-\frac{1}{2\alpha}\right) \cdot \left\{ \left(1 - \left(\frac{b_H}{x_0}\right)^2 \left(\frac{\alpha-1}{2\alpha^2}\right)\right) \cdot \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(\frac{2n l}{\alpha x_0} \left(1 - n \frac{l}{x_0}\right)\right)\right) \right\}$$

$$\eta(x_0, \alpha) = \frac{Q}{\beta \cdot l \cdot c \cdot a} \sqrt{\frac{2}{x_0^2 \pi \alpha}} \exp\left(-\frac{1}{2\alpha}\right) \{ (1 + A) \cdot (1 + B) \} \quad (\text{II12b})$$

Der Vorfaktor ist jetzt mit der Funktion $\eta'(x_0, \alpha)$ identisch, die Funktion A beschreibt die Abhängigkeit von der Heizerbreite b_H .

Ignoriert man die Abhängigkeit von der Probenlänge, dokumentiert durch die Funktion B, so lassen sich jetzt Transienten für verschiedene Parameter b_H/x_0 errechnen. Solche Transienten sind, zusammen mit der Transiente $\eta'(x_0, \alpha)$ in Bild 3 gezeigt.

Aus der Funktion A ist also, bei einer vorgegebenen Abweichung, das Verhältnis b_H/x_0 abzuschätzen.

Beispiel: Ist gefordert, daß $A \leq 10^{-2}$ für Zeiten $\alpha > 0.1$ gilt, dann muß $b_H \leq 1.5 \cdot 10^{-2} x_0$ sein.

Für $\alpha = 1$ ist $A = 0$. Die Lage des Maximums der Temperaturtransiente wird also durch die Heizerbreite b_H nicht beeinflusst.

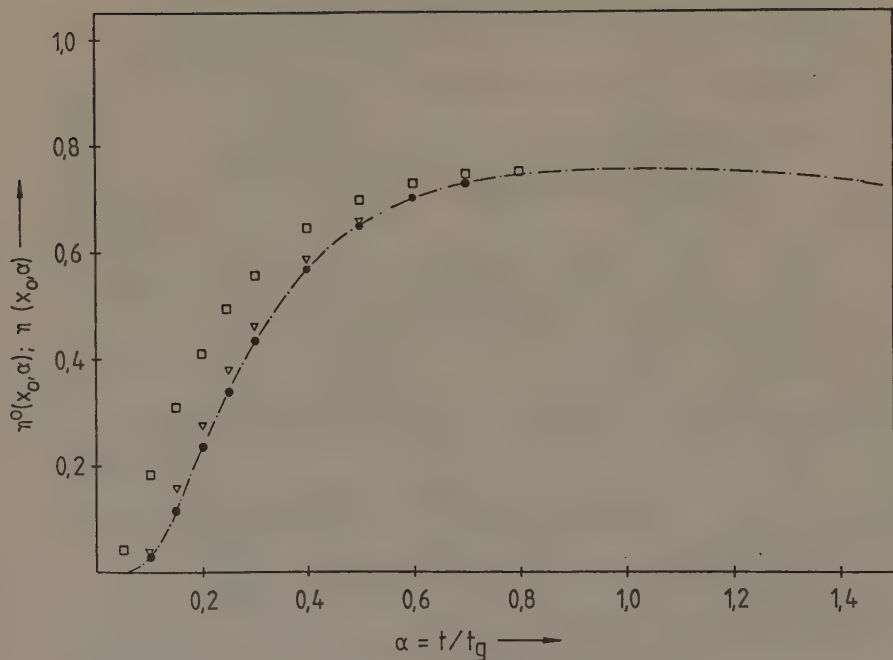


Bild 3: gerechnete Temperaturtransienten

— · — · — (x_0, α) nach Formel II6

$\eta(x_0, \alpha, b_H)$ nach Formel II12b unter Vernachlässigung der Probenlängenfunktion B

Für die Rechnung ist $x_0 = 0.64$ cm und $Q/Bl;c = 1$ Kcm gesetzt.

Es ist für ●: $b_H/x_0 = 0.1$; ▽: $b_H/x_0 = 0.25$

□: $b_H/x_0 = 0.5$

2.6 Die endliche Probenlänge

Bei geeigneter Wahl von b_H/x_0 ist die Funktion A in II12b zu vernachlässigen, Abweichungen von der idealisierten Temperaturtransiente $\gamma^0(x_0, \alpha)$ werden jetzt von der Funktion B verursacht, die den Einfluß der endlichen Probenlänge L beschreibt.

Die Funktion B:

$$B = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \exp\left(\frac{2n}{\alpha} \frac{L}{x_0} \left(1 - n \frac{L}{x_0}\right)\right)$$

ist in Bild 4, mit verschiedenen Parametern x_0/L , in Prozent der idealisierten Transiente $\gamma^0(x_0, \alpha)$ aufgetragen.

Da die größten Variationen der Transiente für Zeiten $\alpha < 1$ auftreten, ist die Auftragung in Bild 4 für diesen Zeitbereich gegeben. Bei einer realen Messung soll die Transiente bis zu Zeiten in der Umgebung des Maximums ausgewertet werden; ein Einfluß der endlichen Probenlänge auf die Transiente braucht, nach Bild 4, dann nicht berücksichtigt zu werden, wenn das Verhältnis $x_0/L \sim 0.40$ ist.

Die Überlegungen in den Punkten 2.4, 2.5 und 2.6 erlauben jetzt die Optimierung der Probenanordnung nach Bild 1 im Hinblick auf die Geometrie.

2.7 Bemerkung zur endlichen Wärmepulsbreite T_p

Die bisherigen Ausführungen sind unter der Voraussetzung gegeben, daß der die Temperaturtransiente auslösende Wärmepuls zeitlich δ -förmig bei $t = 0$ freigesetzt wird. Im realen Fall kann das sicher nur näherungsweise erfüllt sein, da jeder Spannungspulsgenerator (zur Erzeugung von Wärmepulsen im Heizwiderstand) einen in der Zeit endlich breiten Spannungspuls liefert.

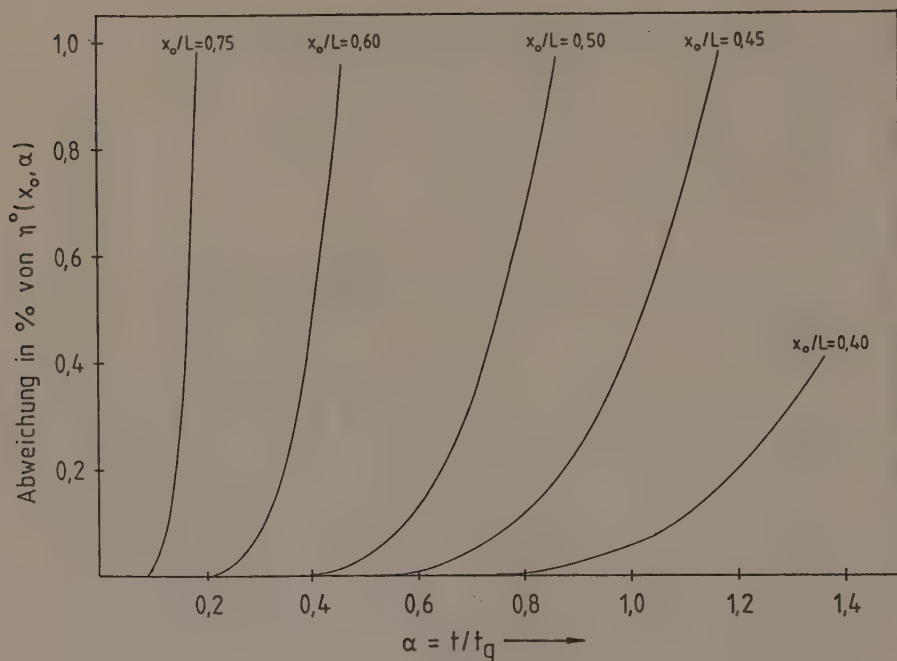


Bild 4: Die durch die Funktion B in II12b, unter Vernachlässigung der Funktion A, bewirkte Abweichung der Temperaturtransiente $\eta(x_0, \alpha)$ von der idealen Transiente $\eta^0(x_0, \alpha)$ nach Formel II6

Es ist durch die experimentellen Gegebenheiten zu berücksichtigen, daß die Wärme im Zeitintervall $0 \leq t \leq T_p$ mit einer Rate $q(t)$ freigesetzt wird.

Die sich aus diesem Sachverhalt ergebende Temperaturtransiente läßt sich mit Hilfe der Methode der Green'schen Funktionen berechnen.

Dazu wird die Funktion $\gamma^*(x_0, t)$ als die Green'sche Funktion einer kontinuierlichen Wärmequelle angesehen, Die Temperaturtransiente bei endlicher Wärmepulsdauer T_p errechnet sich dann nach /Car 58/:

$$\gamma^*(x_0, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi D}} \int_0^{T_p} q(t') \frac{1}{\sqrt{t-t'}} \exp\left(-\frac{x_0^2}{4D(t-t')}\right) dt'$$

Wird eine konstante Rate q angenommen, mit:

$$q = Q/(T_p \cdot B \cdot c) \quad ; \quad Q: \text{Gesamtwärme}$$

dann findet man nach Auswertung des Integrals und Einführung der Substitutionen

$$\alpha = t/t_g \quad ; \quad \gamma = T_p/t_g \quad \text{mit} \quad t_g = x_0^2/2D$$

$$\gamma^*(x_0, \alpha) = \frac{Q}{B \cdot l \cdot g \cdot c} \sqrt{\frac{8\alpha}{x_0^2 \gamma}} \left\{ \exp\left(-\frac{1}{2\alpha}\right) - \sqrt{1-\frac{\alpha}{\gamma}} \exp\left(-\frac{1}{2\alpha\sqrt{1-\frac{\alpha}{\gamma}}}\right) - \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2\alpha(1-\frac{\alpha}{\gamma})}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}\right) \right] \right\} \quad (\text{II13})$$

Eine Abschätzung des Einflusses der endlichen Wärmepulsbreite ist am einfachsten numerisch möglich. Damit die Abweichung der durch die endliche Wärmepulsbreite beeinflussten Transiente von der idealisierten Transiente auch für kleine Zeiten ($\alpha > 0.1$) unter 1% des Wertes von $\gamma^*(x_0, \alpha)$ bleibt, muß für den Parameter γ gelten:

$\gamma < 1 \cdot 10^{-2}$. Dieses Ergebnis findet man durch Vergleich der Funktionswerte für verschiedene Parameter γ .

In Bild 5 sind Temperaturtransienten $\gamma^*(x_0, \alpha)$ im Vergleich zu der idealisierten Transienten gezeigt.

Für Parameter $\gamma < 10^{-2}$ ist damit der Einfluß der endlichen Wärmepulsbreite zu vernachlässigen.

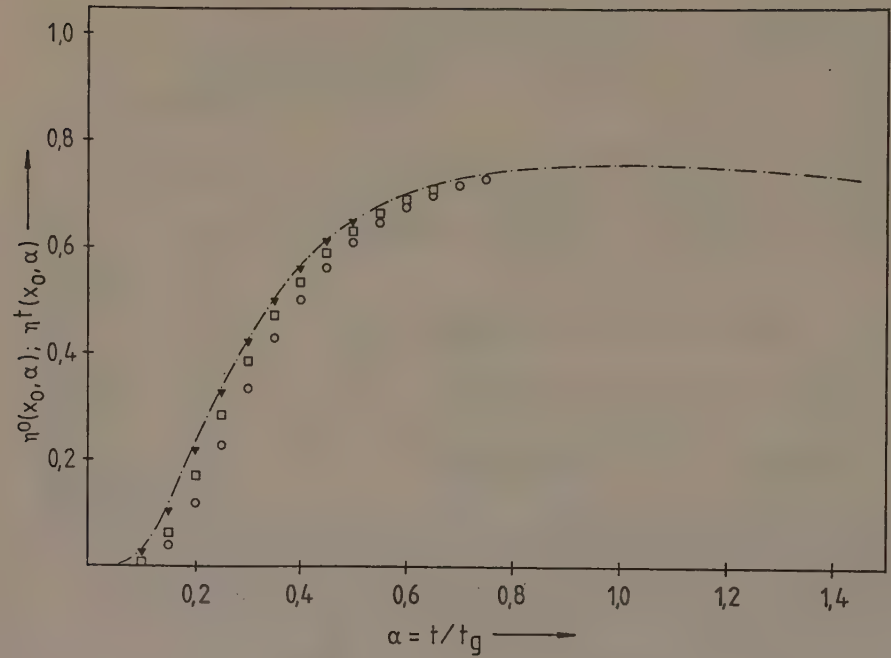


Bild 5: Gerechnete Temperaturtransienten

— $\eta^0(x_0, \alpha)$ nach Formel II6

$\eta^t(x_0, \alpha, \gamma)$ nach Formel II13

Für die Rechnung ist $x_0 = 0.64$ cm und $Q/Bl\zeta c = 1$ Kcm
gesetzt

Es ist für $\nabla : \gamma = 10^{-2}$; $\square : \gamma = 5 \cdot 10^{-2}$; $\circ : \gamma = 10^{-1}$

2.8 Die Auswertung der Temperaturtransienten zur Ermittlung der Diffusivität: D

Kann durch optimierte Probenpräparation und bei nahezu δ -förmiger Wärmepulsanregung der Einfluß von der endlichen Heizwiderstandsbreite b_H , der endlichen Probenlänge L und endlicher Wärmepulslänge T_p vernachlässigt werden, dann stellt die idealisierte Temperaturtransiente

$$\eta^{\circ}(x_0, t) = \frac{Q}{3 \cdot 1.5 \cdot c} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi D t}} \exp\left(-\frac{x_0^2}{4 D t}\right)$$

(vgl. Formel II6) den zeitlichen Temperaturverlauf am Sensorort dar.

Ist nun durch geeignete Maßnahmen eine Temperaturtransiente durch einen Sensor in der Form Temperaturerhöhung η gegen Zeit seit Auslösen des Wärmepulses registriert dann kann daraus die Diffusivität ermittelt werden.

Das geschieht dadurch, das die Meßwertauftragung in der einfachlogarithmischen Form:

$$\ln(\eta(x_0, t) \cdot \sqrt{t}) \text{ gegen } 1/t$$

erfolgt. Wie man an Hand der obigen Formel für $\eta^{\circ}(x_0, t)$ verifiziert, hat die Gerade in der einfachlogarithmischen Darstellung die Steigung $m = x_0^2/4D$. Bei bekannter Steigung ist dann auch die Diffusivität bekannt (x_0 ist durch die Probenpräparation vorgegeben).

Ist der Einfluß der endlichen Wärmepulsbreite nicht mehr zu vernachlässigen, so wird auch in der einfachlogarithmischen-Auftragung eine Abweichung von der Geraden zu bemerken sein.

Im Bild 6 sind einfachlogarithmische Auftragungen

- a) $\ln(\eta^{\circ}(x_0, \alpha) \sqrt{\alpha})$ gegen $1/\alpha$
 b) $\ln(\eta^t(x_0, \alpha, \gamma) \sqrt{\alpha})$ gegen $1/\alpha$; $\eta^t(x_0, \alpha, \gamma)$ nach Bild 5 gezeigt.

Die Gerade aus der idealisierten Transiente hat in dieser Auftragung die Steigung $m_1 = 0.5$.

Die aus den Transienten $\eta^+(x_0, \alpha, \gamma)$ errechneten Kurven lassen sich für große $1/\alpha$ durch Geraden mit größerer Steigung annähern.

Aus dem Verhältnis der Geradensteigungen für eine nicht durch endliche Pulszeit beeinflusste Transiente und einer durch endliche Pulszeit beeinflussten Transiente findet man den Fehler in der Diffusivitätsbestimmung.

Für die in Bild 6 gezeigten Fälle sind die gefundenen Geradensteigungen:

m_0	($\gamma = 0$)	= 0.50		
m_1	($\gamma = 1 \cdot 10^{-2}$)	= 0.51	damit folgt	$D_1 = 0.98 D$
m_2	($\gamma = 5 \cdot 10^{-2}$)	= 0.62	" "	$D_2 = 0.81 D$
m_3	($\gamma = 1 \cdot 10^{-1}$)	= 0.75	" "	$D_3 = 0.67 D$

Für den Fall daß der Einfluß der endlichen Wärmepulsbreite berücksichtigt werden muß, läßt sich damit für jede Pulslänge γ ein Korrekturfaktor angeben.

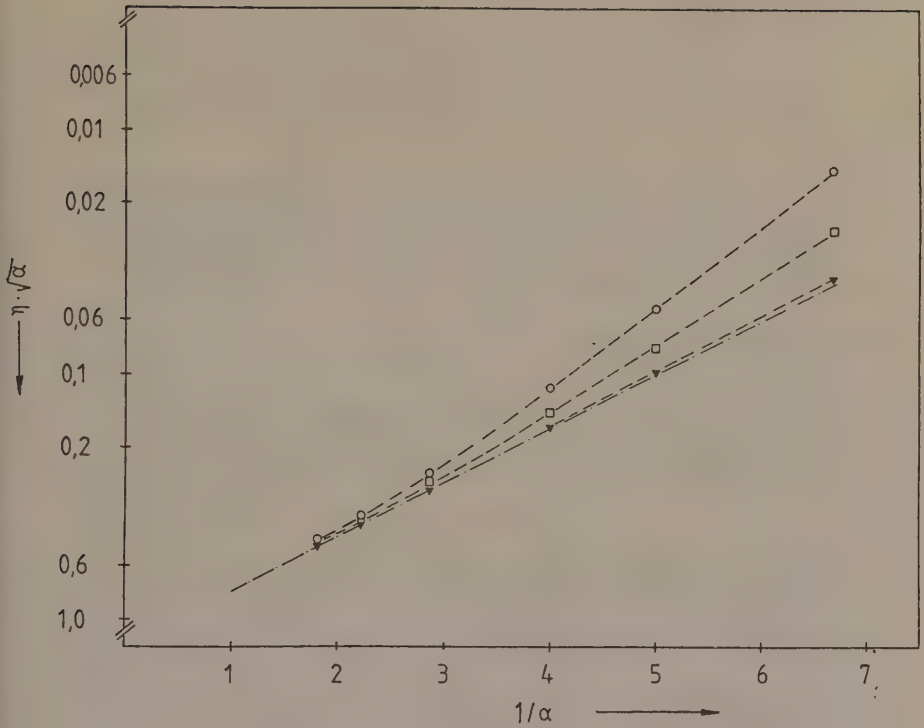


Bild 6: Änderung der Steigung in der Auftragung
 $\ln(\gamma(x_0, \alpha) \cdot \sqrt{\alpha})$ gegen $1/\alpha$
 beim Übergang zur γ -abhängigen Transiente $\gamma^t(x_0, \alpha, \gamma)$
 Die Symbole entsprechen denen in Bild 5

3. Die Diffusivitätsmessung - experimenteller Teil

Für die Diffusivitätsmessung standen folgende Siliziumproben zur Verfügung.

Referenzproben:

- Eine Phosphordotierte Siliziumscheibe, "float-zone" gezogen, mit einem spezifischen Widerstand von $7\Omega\text{cm}$ (Messung mit einer Vierspitzensonde). Die Orientierung dieser Scheibe ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: 7246.
- Bor-dotiertes Siliziummaterial, "float-zone" gezogen /wa 81/, mit einem spezifischen Widerstand von $4\Omega\text{cm}$ (Messung mit einer Vierspitzensonde). Die Orientierung ist nicht definiert, Probennr: Wa 01.

Akzeptordotierte Proben:

- Gallium-dotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $0.13\Omega\text{cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{Ga}} = 1.1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi,Sch,Zi/). Die Orientierung ist $\langle 111 \rangle$, Probennr: 7234
- Gallium-dotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $0.096\Omega\text{cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{Ga}} = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi,Sch,Zi/). Die Orientierung ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: 7682
- Gallium-dotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $0.121\Omega\text{cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{Ga}} = 1.2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi,Sch,Zi/). Die Orientierung ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: 8078.
- Gallium-dotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $\sim 0.6\Omega\text{cm}$ (Messung mit einer Vierspitzensonde), die Orientierung ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: 2/329.

- Aluminium-dotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $0.1 \Omega \text{ cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{Al}} = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi, Sch, Zi/). Die Orientierung ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: 7681.
 - Aluminiumdotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $0.38 \Omega \text{ cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{Al}} = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi, Sch, Zi/). Die Orientierung ist $\langle 111 \rangle$, Probennr: 8427/1.
 - Indium-dotiertes Silizium, "Czochralski" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $1.4 \Omega \text{ cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{In}} = 1.3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi, Sch, Zi/). Die Orientierung ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: 2/407.
 - Indium-dotiertes Silizium, "float-zone" gezogen mit einem spezifischen Widerstand von $0.58 \Omega \text{ cm}$ und einer Hallkonzentration $N_{\text{In}} = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (Halldaten nach /Wi, Sch, Zi/). Die Orientierung ist $\langle 100 \rangle$, Probennr: RU 221/2A.
- Die Angaben zum spezifischen Widerstand gelten bei Zimmertemperatur.

Die Auswahl der Proben erfolgte nach dem Störstellengehalt. Für die Referenzproben ist ein niedriger Störstellengehalt, entsprechend einem hohen spezifischen Widerstand bei Zimmertemperatur, gewünscht.

Für die Akzeptor-dotierten Proben ist die Störstellenkonzentration hoch, entsprechend einem niedrigen spezifischen Widerstand bei Zimmertemperatur.

Da bei "Czochralski" gezogenem Silizium mit einer hohen Sauerstoffkonzentration zu rechnen ist ($N_{\text{O}} > 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) /Rug 75/, im Gegensatz zu "float-zone" gezogenem Silizium, dessen Sauerstoffkonzentration sehr niedrig liegt ($N_{\text{O}} < 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) /Rug 75/, sind Materialien aus beiden Kristallziehprozessen ausgewählt. Dadurch sind Einflüsse der Akzeptordotierung auf die Diffusivitätsmessung von denen der Züchtung zu unterscheiden.

Die Halldaten sind an einer Standardmeßapparatur mit einer van-der-Pauw Anordnung gemessen /Wi,Sch,Zi/. Die Zusammenstellung der Probandaten ist nochmals in Tabelle 1 in Übersichtlicher Form gezeigt.

Der zur Diffusivitätsmessung notwendige Temperatursensor wird durch Ionenimplantation erzeugt⁺. Die Ionenimplantation erlaubt es Widerstände (=Temperatursensor) von sehr geringer Breite (hier etwa $200\mu\text{m}$) und einem geeigneten Temperaturkoeffizienten des Widerstandes ($\sim 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ /Ros 71/) zu fertigen.

Die Verwendung von ionenimplantierten Widerständen als Temperatursensoren ist deshalb angezeigt, weil sie gegen das umgebende Substrat keinen thermischen Übergangswiderstand zeigen und deshalb auch nicht thermisch träge sind. Insbesondere bei den konventionell aufgeklebten Temperatursensoren (wie z.B. Köhleschichtwiderständen) ist die thermische Trägheit der Sensoren ein nicht zu vernachlässigendes Problem /Erd 66/v

⁺: Die Verwendung dieses Verfahrens entstammt Gesprächen mit Dipl.Phys. R. Kuhnert

Tabelle 1: Zusammenstellung der Probandaten

Probe:	spezifischer Widerstand in Ω cm	Beweglichkeit in $\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{sec}^{-1}$	Störstellen- konzentration in 10^{16} cm^{-3}	Kristall- züchtungs- verfahren	Orientierung
Referenz					
Si:P 7246	7*	?	0.2**	fz	100
Si:B WaO1	4*	?	0.4**	fz	?
Si:Ga					
7234	0.13	210	110	cz	111
7682	0.096	170	200	cz	100
8078	0.121	172	120	cz	100
2/329	0.6*	?	10*	cz	100
Si:Al					
7681	0.1	180	100	cz	100
8427/1	0.38	234	10	cz	111
Si:In					
2/407	1.4	350	1.3	cz	100
RU221/2A	0.58	256	10	fz	100

Spezifischer Widerstand und Beweglichkeit sind bei Raumtemperatur angegeben und, wenn nicht anders angegeben mit dem van der Pauw-Verfahren bestimmt /W1,Sch,Zi/

* bestimmt mit der Vierspitzensonde; ** * errechnet mit dem Wackerrechenchieber

cz: "Czochralski" gezogen ; fz: "float-zone" gezogen

3.1 Die Probenvorbereitung

Die Probengeometrie ist durch folgende Punkte vorgegeben:
 Probendicke; wegen der Verwendung von 300 μm dicken
 Siliziumscheiben als Ausgangsmaterial

Probenlänge und -breite; durch den verwendeten Kryostat.

Anordnung von Sensoren und Heizwiderstand; wegen der
 einfachen Durchführbarkeit von Implantation-
 und Bedampfung

Sensor- und Heizwiderstandsweite; durch die minimal her-
 stellbaren Implantations- und Bedampfungs-
 maskenöffnungen.

Diese Vorgaben schlagen sich bei der Probenherstellung
 nieder. Die sich damit fast zwangsläufig einstellende
 Probenanordnung ist im Bild 7 (nicht maßstäblich) ge-
 zeigt. Die dort angegebene Bemaßung lautet in Millimeter.
 Die einzelnen Präparationsschritte sind in den folgenden
 Abschnitten näher erläutert.

3.11 Sägen

Aus den zur Verfügung stehenden 2-Zoll Siliziumscheiben
 mit 300 μm Dicke werden durch Sägen die Proben ent-
 nommen und dabei gleich orientiert.

Die $\langle 100 \rangle$ orientierten Scheiben besitzen einen Flat, der
 die $\langle 100 \rangle$ Richtung auszeichnet.

Die Sägeschnitte zur Entnahme der Probe werden so gelegt,
 daß die Probe $\langle 100 \rangle$ orientiert bleibt und der Wärme-
 fluß damit in $\langle 100 \rangle$ Richtung erfolgt.

Die Proben, die aus $\langle 111 \rangle$ orientierten Scheiben entnommen
 sind, besitzen keine besondere Orientierung, da $\langle 111 \rangle$
 Scheiben nicht mit einem Flat versehen sind.

Dem Sägen folgt ein erster Reinigungsschritt mit Azeton
 im Ultraschallbad.

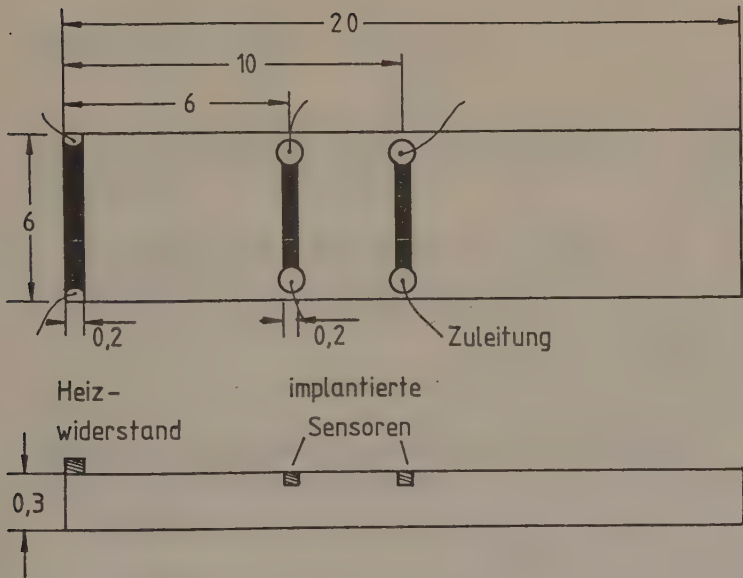


Bild 7: Nichtmaßstäbliche Skizze der Probenanordnung mit Längenangaben in mm

Die genauen Probendimensionen werden nach der Reinigung mit Hilfe eines Okularmaßstabs in einem Binokularmikroskop festgestellt.

3.12 Implantation und Kontaktierung

Bei der Implantation und bei der Kontaktierung durch Bedampfung der Probe befindet sich die Probe in einer Halterung, die eine definierte Fixierung der Implantations- und Bedampfungsmasken erlaubt.

Zur Implantation werden zwei verschiedene Masken verwendet. Die eine davon dient für die Implantation der Kontaktzonen (vgl. Bild 7), die andere zu der Implantation der Sensoren.

Auch für die Bedampfung der Proben sind zwei Masken vorgesehen. Dabei wird die eine Maske bei der Bedampfung der Kontakte, die andere bei der Bedampfung des Heizwiderstandes herangezogen.

Sämtliche Masken sind aus Edelstahlblech mit einer Dicke von $200\mu\text{m}$ gefertigt.

Die Erzeugung von Kontaktzonen und Sensoren erfolgt durch Mehrfachimplantation. Durch die Mehrfachimplantation ist es möglich homogene Dotierprofile über einen größeren Tiefenbereich zu erzeugen.

Um Sensoren und Kontaktzonen durch einen pn-Übergang vom Substrat zu trennen ist es notwendig die Sensor- und Kontaktzonen umzudotieren. Das geschieht bei n-Typ Grundmaterial durch Implantation mit Bor und bei p-Typ Grundmaterial durch Implantation mit Phosphor.

Die entsprechenden Implantationsparameter sind in Tabelle 2 angegeben. Zur Verdeutlichung ist im Bild 8 das Implantationsprofil in einer p-Typ Probe mit 10^{18} cm^{-3} Grunddotierung gezeigt.

Die hohe Konzentration in den Kontaktzonen ist notwendig,

Ort	Beschleunigungs- spannung in kV in n-typ	Dosis in 10^{14} cm^{-2}	Beschleunigungs- spannung in kV in p-typ	Dosis in 10^{14} cm^{-2}
Kontakt	40	15	10	10
	30	15	20	15
	20	15	50	18
	10	15		
Sensor	40	2.0	50	1.8
	80	5.0	100	3.0
	120	6.0	150	5.0
	180	6.0	200	7.0
	260	8.0		

Tabelle 2: Implantationsdaten zur Einbringung der Sensoren
in n-Typ bzw. in p-Typ Silizium

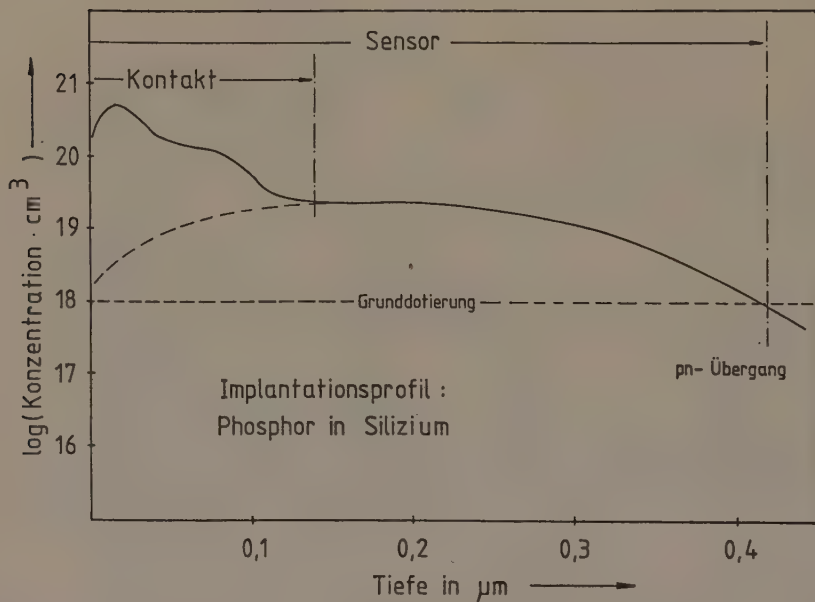


Bild 8: Ionenimplantationsprofil für eine mit 10^{18} cm^{-3} Grunddotierung versehene Probe.

Für die Rechnung ist das Implantationsprofil, zugehörig zu einer Implantationsenergie, durch ein Gaußprofil angenähert /Rug 75/

um auch bei tiefen Temperaturen keinen Übergangswiderstand entstehen zu lassen /Rug 75/.

Entsprechend der Dotierung des Substrats variiert die Tiefe des pn-Übergangs, bei den angegebenen Implantationsparametern, zwischen $0.4 \mu\text{m}$ und $0.8 \mu\text{m}$.

Nach der Implantation wird die Probe einer Temperaturbehandlung, Temperung bei 900°C in Stickstoffatmosphäre für 30 min, unterzogen. Dadurch werden die implantierten Atome elektrisch aktiviert und der Strahlenschaden wird ausgeheilt.

Vor dem Bedampfen der Probe erfolgt ein weiterer Reinigungsschritt. Dabei wird die Probe in 38% iger Flußsäure p.a. geätzt und danach in Frigen gespült.

Die Kontaktzonen werden dann mit Aluminium bedampft; das Material für den Heizwiderstand ist Nickel.

Nickel zeichnet sich durch einen hohen spezifischen Widerstand ($\sim 7 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$) aus. Die Erfahrung hat auch gezeigt, daß Nickel auf Silizium sehr gut haftet.

Die Bedampfungsparameter für Nickel sind so gewählt, daß der Widerstandswert des Heizers bei etwa 50Ω liegt.

Alle Bedampfungsvorgänge werden auf einer Elektronenstrahlbedampfungsanlage (Fa. Balzers) durchgeführt. Mit deren Mikroprozessorsteuerung ist eine genügend gute Reproduzierbarkeit der aufgedampften Metallschichten gewährleistet.

Durch die Maskenöffnungen sind die Größen von Sensoren und Heizwiderstand auf der Probe entgeltig gegeben:

Abstand Stirnfläche - Sensor(en)	0.64 cm bzw. 0.92 cm
Breite der Sensorwiderstände	$150 \mu\text{m}$
Durchmesser der implantierten Kontakte	0.15 cm
Durchmesser der bedampften Kontakte	0.10 cm
Breite des Heizwiderstandes	$200 \mu\text{m}$

3.13 Einbau der Probe und Testmessungen

Nach der Probenpräparation folgt der Einbau der Probe in die Meßhalterung eines Kryostaten (Patsche). Dazu wird die Probe mit Delta-Bond (Zweikomponentenkleber mit guter Wärmeleitfähigkeit; Fa. Neumüller) auf einen Kupferblock geklebt. Die Probe hat über den Kupferblock guten elektrischen Kontakt zur Masse (das Substrat liegt also auf Erdpotential), Der Kupferblock wird dann mit Schrauben auf der Meßhalterung befestigt.

Die elektrischen Zuleitungen zum Sensor und zum Heizwiderstand bestehen aus $100\text{ }\mu\text{m}$ dicken Kupferdrähten, die an der einen Seite auf einer mit Leiterbahnen versehenen Platine festgelötet sind.

Der Kontakt der Zuleitungen mit den Kontaktzonen und dem Heizwiderstand wird durch federnden Andruck dieser Drähte an die Kontaktflächen hergestellt. Dort werden die Drähte durch eine Leitsilberpaste (Fa. Hereaus) fixiert.

Von der Platine führen abgeschirmte Kabel (Tonarmkabel) zu den äußeren BNC-Buchsen.

Eine fertige, mit Zuleitungen versehene Probe ist in Bild 9 gezeigt.

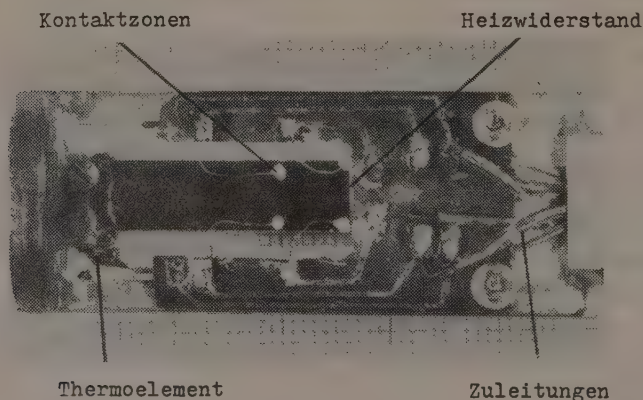


Bild 9: Zur Messung vorbereitete Probe

Vor Beginn der Messung wird das ohm'sche Verhalten des Sensors bei Raumtemperatur geprüft. Ist das Verhalten nicht ohmsch, so wird die Probe verworfen. Exemplarisch dafür ist in Bild 10 die Strom- Spannungskennlinie eines in n-Typ Silizium implantierten Sensors gezeigt.

Unabhängig vom Grundmaterial zeigen Sensoren mit ohmscher Kennlinie bei Raumtemperatur auch ohmsches Verhalten bei den tiefsten Meßtemperaturen.

Um die, durch Temperaturtransienten verursachten, Widerstandsänderungen in Temperaturänderungen umzurechnen wird der Temperaturkoeffizient des Sensorwiderstandes $\alpha = (1/R) \cdot dR/dT$ bestimmt.

Dazu wird der Sensorwiderstand mit einer Meßbrücke (diese dient auch zur Aufnahme der Temperaturtransienten) in Abhängigkeit von ^{der} Temperatur gemessen. Aus der $R(T)$ Kennlinie wird der Temperaturkoeffizient α entnommen. Beispiele für die Kennlinien $R(T)$ und $\alpha(T)$ sind in den Bildern 11 gezeigt.

Während der Kennlinienmessung wird auch die Sperrfähigkeit der Kontakte zum umgebenden Substrat (der Sperrwiderstand liegt in der Größenordnung $1 M\Omega$) kontrolliert; bei zu geringem Sperrwiderstand ($< 100 k\Omega$) wird die Probe verworfen.

3.2 Aufbau des Experiments

In den folgenden Abschnitten werden Einzelheiten des Vakuum- und Kryosystems sowie die Einrichtungen zur Messung der elektrischen Größen beschrieben.

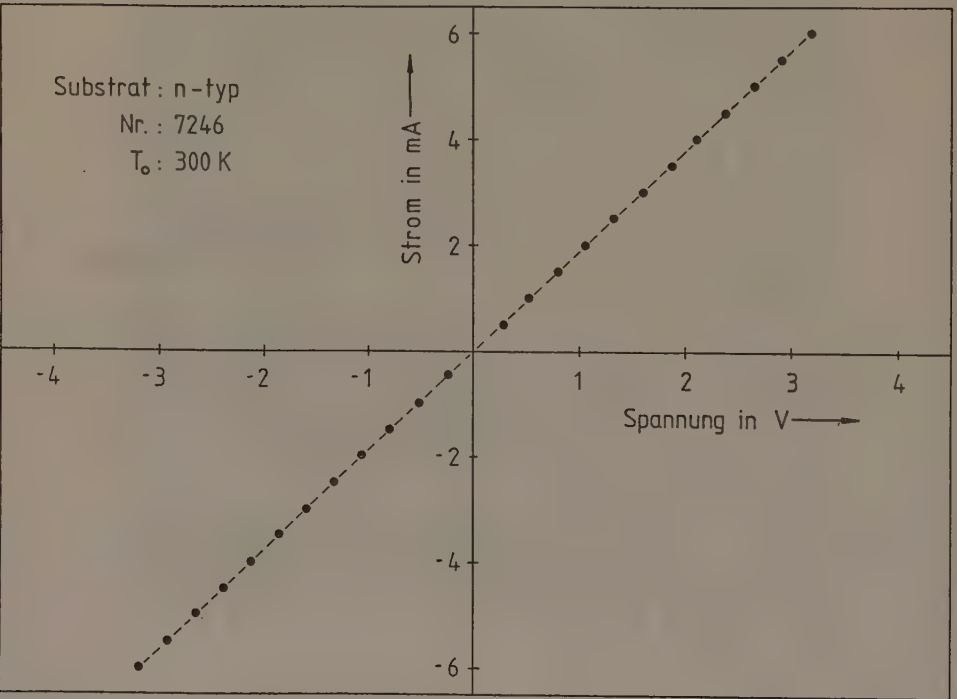


Bild 10: Strom- Spannungskennlinie eines implantierten Widerstandes (= Temperatursensor) in n-Typ Grundmaterial

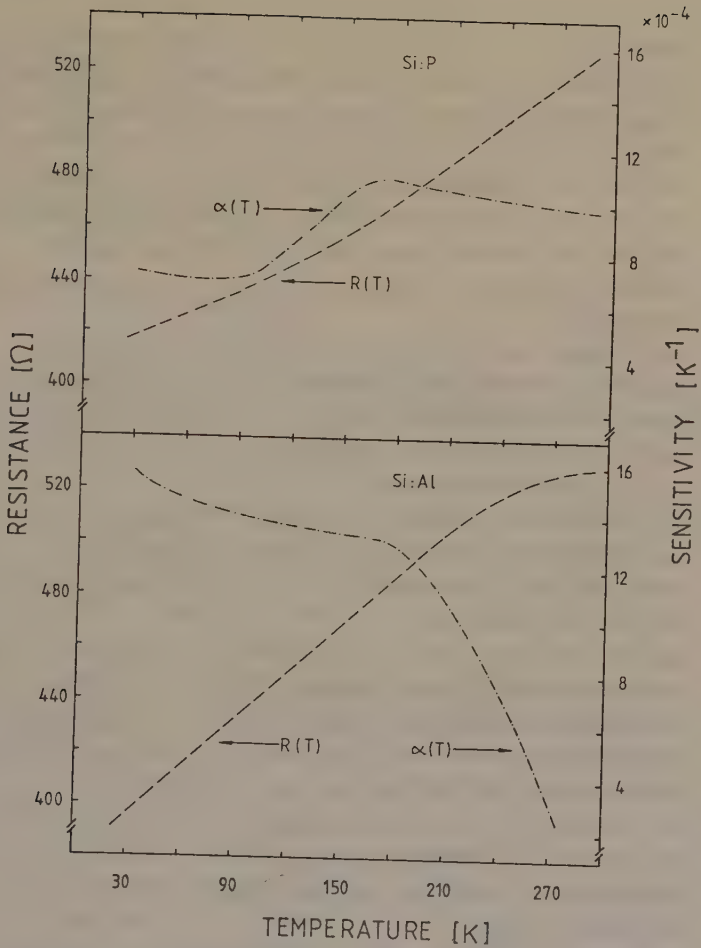


Bild 11: Sensorkennlinien für Sensoren in n-Typ und p-Typ Grundmaterial.

Gezeigt ist jeweils die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes $R(T)$ und die Temperaturkoeffizienten des Sensors $\alpha(T)$

3.21 Das Kryo- und Vakuumsystem

Die mit einer Probe versehene Meßhalterung wird in einen Verdampferkryostaten (Leybold Hereaus VAK 3-300) eingeführt.

Der Fuß der Meßhalterung bekommt dabei durch federnden Andruck guten thermischen Kontakt zum Verdampferkopf. Während der Messung wird das Probenvakuum zur Vermeidung von äußerer Wärmeleitung bei einem Druck $< 10^{-4}$ mbar gehalten.

Das Proben- und Isolationsvakuum wird durch einen Pumpstand, bestehend aus einer Öldiffusionspumpe und einer nachgeschalteten Drehschieberpumpe, aufrechterhalten. Die Drucküberwachung geschieht über eine Pirani- und eine Penningmeßröhre.

Die Temperaturregelung des Kryostaten geschieht durch ein Regelgerät (ER 3, Fa. Leybold Hereaus), das es erlaubt die Probentemperatur über längere Zeit auf $1/2$ K konstant zu halten.

Die Messung der Probentemperatur erfolgt mit einem glas-seideisoliertem, $100\text{ }\mu\text{m}$ dickem, Gold-Eisen gegen Chromel Differenzthermoelement (Fa. Degussa). Dieses Thermoelement mußte erst durch Vergleich mit einem gut bekannten Thermoelement kalibriert werden /Hof 79/.

Der Temperaturmeßort am Probenhalter ist im Bild 9 bezeichnet. Die Referenztemperatur für die Temperaturmessung wird durch ein Peltierelement auf $1/100^{\circ}\text{C}$ konstant gehalten.

Das Digitalmillivoltmeter zur Thermospannungsmessung zwischen den beiden Gold-Eisen Thermoelementschenkeln hat einen Eingangswiderstand von $10^9\text{ }\Omega$ (Fa. Dana)

3.22 Das elektrische System

Zur Vermeidung von Erdschleifen werden die elektrischen Komponenten, bei der Zusammenstellung des Experiments, sternförmig geerdet.

Die ungewollte Erdung über die Probe und das Vakuum- bzw. das Kryosystem wird durch Teflon-Zwischenstücke in den Pump- und Heliumleitungen ausgeschlossen.

3.221 Die Wärmepulsanregung

Zur Erzeugung der Wärmepulse im Heizwiderstand wird ein selbst konstruierter, mit einer Anodenbatterie betriebener Einzelimpulsgenerator verwendet (Netzabhängige Geräte haben den Nachteil, daß sie Netzbrumm einkoppeln).

Mit diesem Gerät lassen sich Spannungsimpulse von bis zu 80V Höhe und einer Dauer von 20 μ sec bis 200 μ sec erzeugen. Bei einem Heizerwiderstand mit einem Wert von 50 Ω überdeckt das einen Bereich in der abgegebenen Energie zwischen 0 J und 25mJ.

Die freigesetzte Heizenergie wird bei bekanntem Heizwiderstandswert (dieser wird vor und nach Anlegen des Spannungsimpulses bestimmt) durch Messung der Spannungshöhe und Spannungspulsdauer mit einem Speicher-oszilloskop (Fa. HP) bestimmt.

In der Literatur wird der Effekt durch die temperaturabhängigkeit der Diffusivität auf die Form der Temperaturtransiente diskutiert /Phi 80/.

Dort wird die Wärmeleitungsgleichung, auch für die Probengeometrie nach Bild 1, numerisch gelöst. Die Ergebnisse dieser Rechnungen werden in der gleichen Art, wie in Abschnitt 2.8. beschrieben ist, aufgetragen und daraus dann Korrekturfaktoren für die Diffusivität entnommen.

Unter anderem findet man dort auch, daß für eine mittlere Proben-temperaturerhöhung $\bar{\eta}$, die 10% der Umgebungs-temperatur entspricht, mit einem Fehler von 10% in der Bestimmung der Diffusivität zu rechnen ist.

Für die Experiment erreichbaren Grenztemperaturen $T_1 = 20\text{K}$ und $T_2 = 300\text{K}$ läßt sich, mit den bekannten spezifischen Wärmen /Flü 59/ und einer mittleren Joule'schen Wärme $\bar{Q} \approx 10^{-3} \text{ J}$, die mittlere Temperaturerhöhung $\bar{\eta}$ der Probe durch

$$\bar{\eta} \approx Q / (V_p \cdot s \cdot c)$$

$$\begin{aligned} V_p &\approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3 \\ \rho &= 2.33 \text{ g cm}^{-3} \end{aligned}$$

in etwa abschätzen.

Man findet für:

$$\begin{aligned} T_1 &= 20 \text{ K}, & c &= 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} & : \quad \bar{\eta} &\approx 3 \text{ K} \\ T_2 &= 300 \text{ K}, & c &= 6.9 \cdot 10^{-1} \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1} & : \quad \bar{\eta} &\approx 0.01 \text{ K} \end{aligned}$$

Bei den tiefsten Meßtemperaturen ist der Fehler in der Diffusivität also etwa 10% durch die temperaturabhängige Diffusivität.

3.222 Die Registrierung der Temperaturtransienten

Der Sensor für die Temperaturerhöhung η ist, wie bereits beschrieben, ein implantierter Widerstand.

Dieser ist in den Meßarm einer batteriebetriebenen (wegen der Vermeidung von Netzbrumm) Wheatstone-Brücke eingebaut.

Die Betriebsspannung der Brücke läßt sich von etwa 1 Volt auf etwa 8 Volt umschalten (die Brückenbetriebsspannung wird mit einem Digitalvoltmeter kontrolliert).

Die Umschaltbarkeit der Betriebsspannung ist notwendig um Effekte, die durch eine mögliche Eigenerwärmung des Sensors verursacht sein könnte, zu erkennen.

Die Eigenerwärmung des Sensors läßt sich bei bekanntem Sensorstrom und -widerstand über den Fourier'schen Ansatz für die Wärmeleitung (vgl. Formel II4) abschätzen. Mit einer durch Sensor- und Referenzwiderstand vorgegebenen maximalen Verlustleistung am Sensor $W = 50 \text{ mW}$ und den Probedimensionen (vgl. Bild 7) findet man bei Verwendung von Wärmeleitfähigkeitsdaten /Gla 64/ für:

$$\begin{aligned} T_1 &= 20 \text{ K}, & \lambda &= 30 \text{ Wcm}^{-1}\text{K}^{-1}; & \Delta T_{\text{Sensor}} &= 0.1 \text{ K} \\ T_2 &= 300 \text{ K}, & \lambda &= 1.56 \text{ Wcm}^{-1}\text{K}^{-1}; & \Delta T_{\text{Sensor}} &= 2 \text{ K} \end{aligned}$$

Die Eigenerwärmung des Sensors wird nicht weiter berücksichtigt.

Die Temperaturtransiente wird über die Verstimmung der auf Null abgeglichenen Wheatstonebrücke gemessen.

Das Brückensignal wird verstärkt (Verstärker PAR 113, mit 300 kHz Bandbreite) und in einem Transientenrekorder (Nicolet 1072 mit 12 bit Auflösung und minimaler Taktzeit pro Kanal = $10 \mu\text{sec}$) gespeichert.

Die gespeicherte Spannungstransiente wird bei der Übernahme in einen Tischrechner (HP 9820) in eine Temperaturtransiente umgerechnet.(die Brückencharakteristik ist dabei berücksichtigt.)

Die gespeicherte Temperaturtransiente dient dann zur Bestimmung der Diffusivität (vgl. 2.8).

Zur Dokumentation wird die gespeicherte Temperaturtransiente über einen angeschlossenen Plotter ausgegeben.

3.3 Test der Meßmethode

Die Zuverlässigkeit der Meßmethode hängt davon ab, inwieweit die Diffusivitätsmessung durch äußere Parameter beeinflusst wird. Im besonderen sollte der Diffusivitäts-

wert unabhängig von der Betriebsspannung der Meßbrücke, der im Heizimpuls freigesetzten Wärme und dem Ort des Sensors auf der Probe sein. Wie die Zuverlässigkeit während der Messung überwacht wird, soll nun beschrieben werden.

3.31 Die Unabhängigkeit des Diffusivitätswerts von der Brückenbetriebsspannung

Die durch die Betriebsspannung mögliche Erwärmung des Sensors ist bereits abgeschätzt (vgl. 3.222). Um andere Einflüsse der Betriebsspannung zu kontrollieren, werden während jeder Meßreihe bei verschiedenen Temperaturen Kontrollmessungen mit wechselnden Betriebsspannungen durchgeführt. Dabei werden Transienten bei gleicher Temperatur und gleicher Heizenergie aufgenommen und die daraus ermittelten Diffusivitätswerte verglichen.

Die im Bild 12 gezeigten Temperaturtransienten sind mit gleicher Eingangsempfindlichkeit des Transientenrekorders aber jeweils verschiedenen Verstärkungsfaktoren des Vorverstärkers und verschiedenen Brückenbetriebsspannungen registriert (deshalb ist die Transiente mit der niedrigeren Betriebsspannung auch stark verrauscht.).

Die aus diesen Transienten ermittelten Diffusivitätswerte unterscheiden sich nicht.

Der Fehler in der Auswertung durch die Streuung der Punkte liegt bei etwa 0.5%.

3.32 Die Unabhängigkeit des Diffusivitätswerts von der Heizenergie Q

Bei jeder Meßreihe werden bei verschiedenen Temperaturen Testmessungen mit variierten Heizenergien durchgeführt,

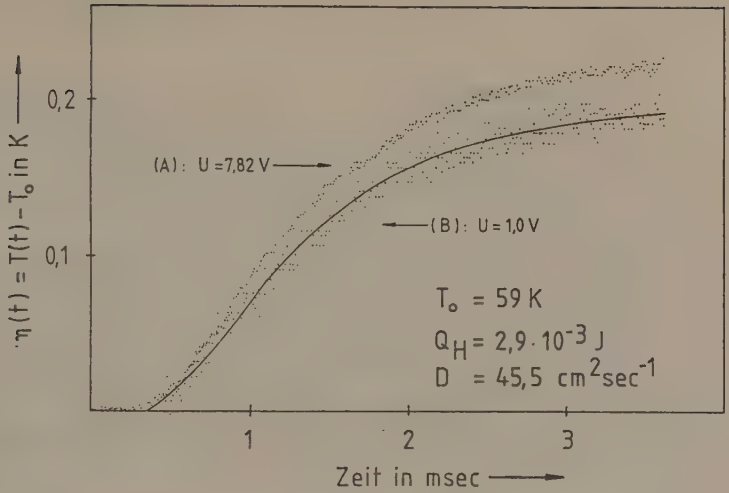


Bild 12: Gemessene Temperaturtransienten;
gleich Umgebungstemperaturen und gleich Heizenergie,
aber verschiedenen Betriebsspannungen der Wheatstone-
brücke

um eine mögliche Änderung im Diffusivitätswert durch die geänderte Heizenergie festzustellen.

Bei mittleren bis hohen Temperaturen ($T_0 > 35 \text{ K}$) zeigen sich keine Einflüsse auf den Diffusivitätswert durch die Heizenergievariation.

Hingegen sind bei tieferen Meßtemperaturen durchaus Einflüsse bemerkbar. Dort wird mit zunehmender Heizenergie der Diffusivitätswert zu niedrigeren Werten verschoben.

Bei diesen Temperaturen, wenn also Heizenergieabhängigkeiten auftreten, werden so lange Messungen mit immer weiter reduzierten Heizenergien gemacht, bis die Unterschiede im Diffusivitätswert zwischen zwei aufeinanderfolgenden Messungen unter 1% liegen.

In den Bildern 13a,b ist eine solche Testmessung dargestellt. Die anregenden Heizenergien für die beiden gezeigten Transienten unterscheiden sich um etwa einen Faktor 3. Der Unterschied in den Diffusivitätswerten ist durch die Änderung der Probestemperatur um 0.5 K (verursacht durch das Regelverhalten des Kryostaten) zu erklären.

3.33 Die Unabhängigkeit des Diffusivitätswerts vom Sensorort auf der Probe

Da nur eine Wheatstone-Brücke zur Verfügung steht, ist es nicht möglich gleichzeitig Transienten an den beiden vorhandenen Sensoren aufzunehmen.

In zwei Durchgängen werden deshalb die Diffusivitätswerte an den beiden vorhandenen Sensoren bestimmt.

Bei Unabhängigkeit der Diffusivitätswerte vom Sensorort liegen die dann gemessenen Diffusivitätskurven aufeinander.

Am Beispiel der Probe Si-Ga Nr. 7682 ist das im Bild 16 gezeigt. Die mit a) und b) charakterisierten Meßpunkte für diese Probe unterscheiden sich durch den Sensorort.

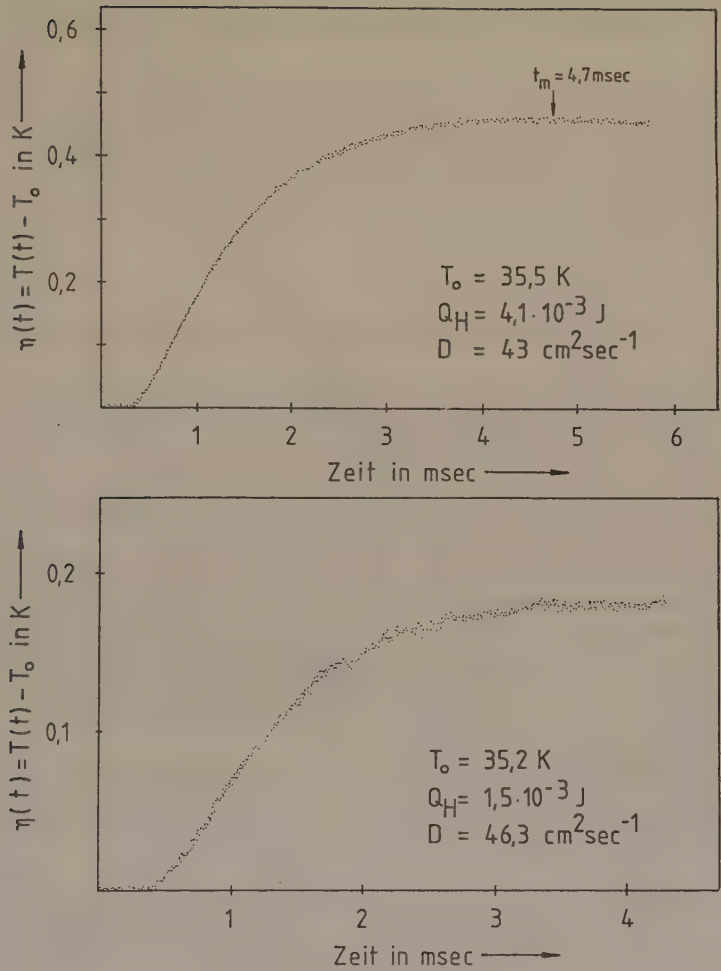


Bild 13: Gemessene Temperaturtransienten;
gleiche Umgebungstemperaturen aber verschiedene
Heizenenergien

4. Ergebnisse der Diffusivitätsmessungen an Silizium

Die Siliziummaterialien für die Diffusivitätsmessungen sind im Abschnitt 3. beschrieben. In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der Diffusivitätsmessungen an den einzelnen Siliziumgrundmaterialien vorgestellt.

4.1 Die Diffusivitätsmessungen an den Referenzproben

Eine Zusammenstellung der Diffusivitätsmessungen an den beiden Referenzproben (Si:P Nr. 7246, 7 Ω cm und Si:B Nr. Wa 01, 3 Ω cm) ist in Bild 14 gegeben.

Dort sind die Diffusivitätswerte gegen die Temperatur in doppellogarithmischer Auftragung gezeigt.

Die Meßpunkte der n-Typ und der p-Typ Probe liegen übereinander. Die gezeigten Fehlerbalken ergeben sich aus der Messung und sind durch die endliche Heizimpulsdauer (bei den tiefsten Meßtemperaturen), und der Streuung der Meßpunkte auf den Transienten (besonders bei höheren Temperaturen) verursacht.

Im Temperaturbereich $30 \text{ K} \leq T_0 \leq 250 \text{ K}$ läßt sich die gemessene Diffusivitätskurve in sehr guter Näherung mit einem Potenzgesetz

$$D \sim T_0^{-2.4}$$

beschreiben.

Die in Bild 14 eingezeichneten, mit (A) und (B) benannten, Kurven skizzieren den Diffusivitätsverlauf, der sich aus Literaturwärmeleitfähigkeitsdaten /Car 57: (A), Gla 64: (B)/ und Daten der spezifischen Wärme /Flu 59/ über die Definitionsgleichung für die Diffusivität

$$D = \lambda / \rho \cdot c$$

λ : Wärmeleitfähigkeit

c : spez. Wärme

ρ : Dichte = 2.33 gcm^{-3}

ergibt.

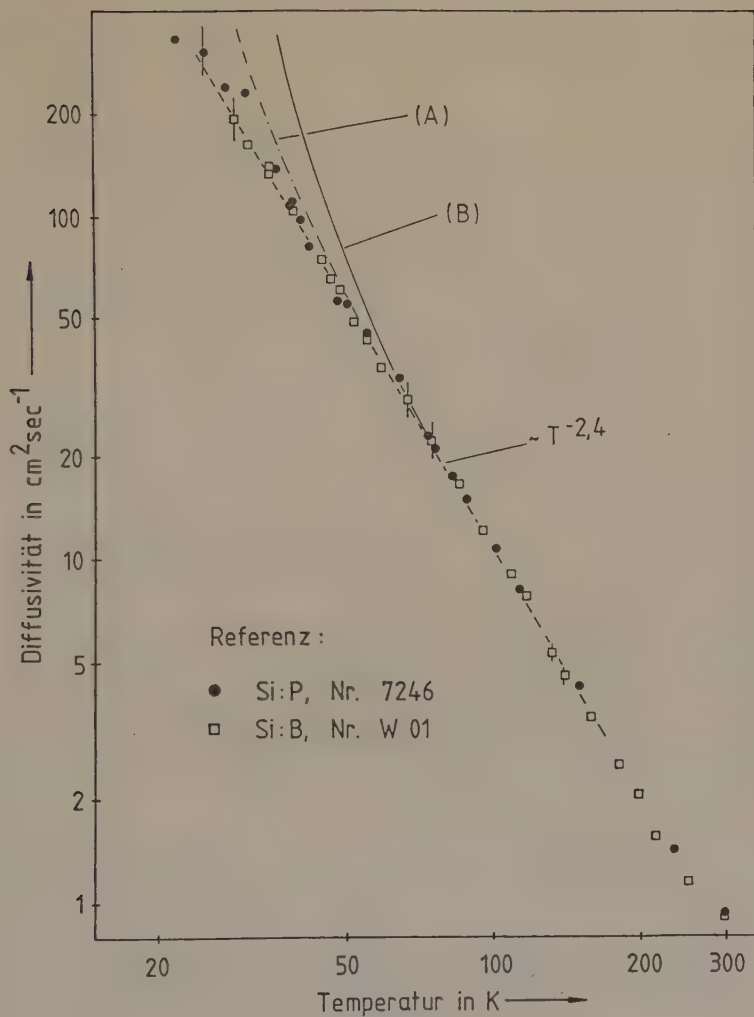


Bild 14: Temperaturabhängigkeit der Diffusivität, gemessen an den Referenzproben. Die Kurven (A) und (B) werden im Text erläutert.

4.2 Die Diffusivitätsmessungen an den Aluminium-dotierten Silizium Proben

In Bild 15 sind die Diffusivitätsmessungen an den beiden Aluminium-dotierten Proben (Si:Al Nr 7681 mit $N_{Al} = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und Si:Al Nr 8427/1 mit $N_{Al} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) in doppel-logarithmischer Auftragung gezeigt.

Man erkennt eine Abweichung (zu niedrigeren Diffusivitätswerten) der beiden Diffusivitätskurven in Abhängigkeit von der Aluminiumkonzentration relativ zu der mit skizzierten Referenzkurve.

Für die niedriger dotierte Probe beginnt die Abweichung von der Referenz bei etwa 60 K; zu niedrigeren Temperaturen nimmt die Abweichung zu.

Für die höher dotierte Probe beginnt die Abweichung der Diffusivitätskurve bei 90 K und ist dann zu niedrigeren Temperaturen hin deutlich größer als für die Diffusivitätskurve der niedrig dotierten Probe.

Für Temperaturen $T_0 > 90 \text{ K}$ stimmen beide Diffusivitätskurven mit der Referenzkurve überein.

Auch hier sind die eingezeichneten Fehlerbalken aus den gemessenen Temperaturtransienten entnommen.

4.3 Die Diffusivitätsmessungen an den Gallium-dotierten Silizium Proben

Die an den vier vorhandenen Gallium-dotierten Proben (Si:Ga Nr 2/329 mit $N_{Ga} \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, Si:Ga Nr 7234 mit $N_{Ga} = 1.1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, Si:Ga Nr 8078 mit $1.2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und Si:Ga Nr 7682 mit $N_{Ga} = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) gemessenen Diffusivitätswerte sind im Bild 16 zusammengefaßt.

Abhängig von der Konzentration der Gallium-Störstelle liegen die Diffusivitätskurven unter der Referenzkurve.

Die Absenkung der Diffusivitätskurve für die niedrig dotierte Probe beginnt bei etwa 100 K. Zu tieferen

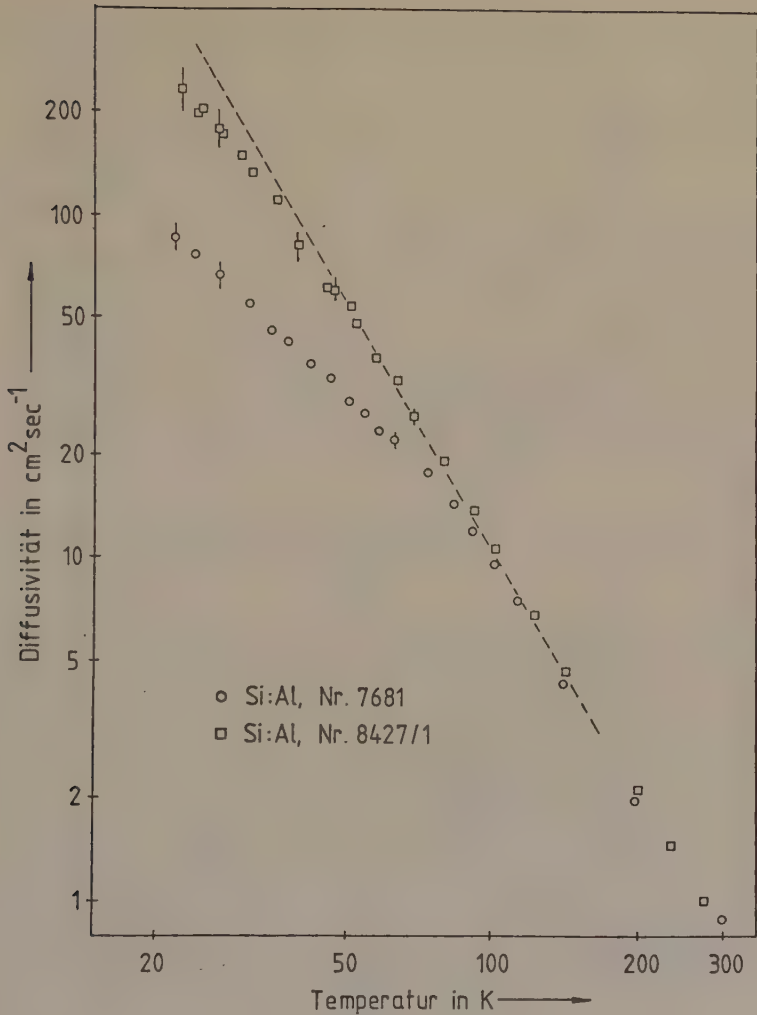


Bild 15: Temperatur- und Dotierungsabhängigkeit der Diffusivität gemessen an zwei Aluminium-dotierten Siliziumproben
 die Kurve----- entspricht der Referenz

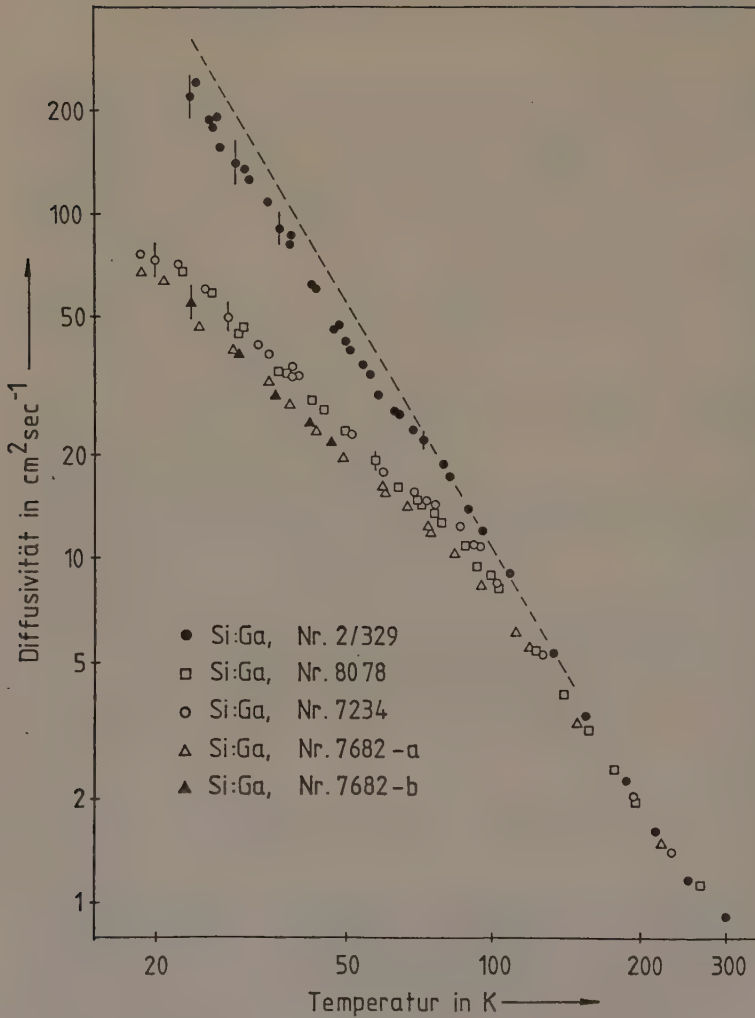


Bild 16: Temperatur- und Dotierungsabhängigkeit der Diffusivität gemessen an vier Galliumdotierten Siliziumproben. Die Diffusivitätswerte für Si:Ga 7682 a u. b sind an den beiden möglichen Sensororten gemessen. Die Kurve — — — — — entspricht der Referenz.

Temperaturen hin verläuft die Diffusivitätskurve für die niedrig dotierte Probe parallel zur Referenzkurve. Die Diffusivitätskurven für die drei hoch dotierten Proben liegen dicht nebeneinander und zeigen auch ähnliches Temperaturverhalten.

Die Absenkung dieser Diffusivitätskurven gegenüber der Referenz beginnt schon bei Temperaturen $T_0 < 200$ K. Für Temperaturen kleiner 100 K liegen diese drei Diffusivitätskurven in etwa parallel zur Diffusivitätskurve der höher dotierten Aluminium-Probe.

Die Kurve für die am höchsten dotierten Gallium-Probe (Nr 7682a,b) demonstriert die Unabhängigkeit der Diffusivitätsmessung vom Sensorort auf der Probe (vgl. 3.33).

4.4 Die Diffusivitätsmessungen an den Indium-dotierten Silizium-Proben

Die Diffusivitätskurven der beiden Indium-dotierten Proben (Si:In Nr 2/407 mit $N_{\text{In}} = 1.3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ und Si:In Nr RU 221/2A mit $N_{\text{In}} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) sind in Bild 17 angegeben.

Die Diffusivitätskurve der niedriger dotierten Probe zeigt eine dementsprechend kleine Absenkung gegenüber der Referenz, die erst ab etwa 50 K deutlich wird.

Die Abweichung der höher dotierten Probe, gegenüber der Referenz, ist schon ab etwa 70 K zu erkennen,

Bemerkenswert ist hier, daß die Czochralski-gezogene Probe (Nr 2/407) gegenüber der Referenz geringer abgesenkt ist als die float-zone-gezogene Probe (RU 221/2A).

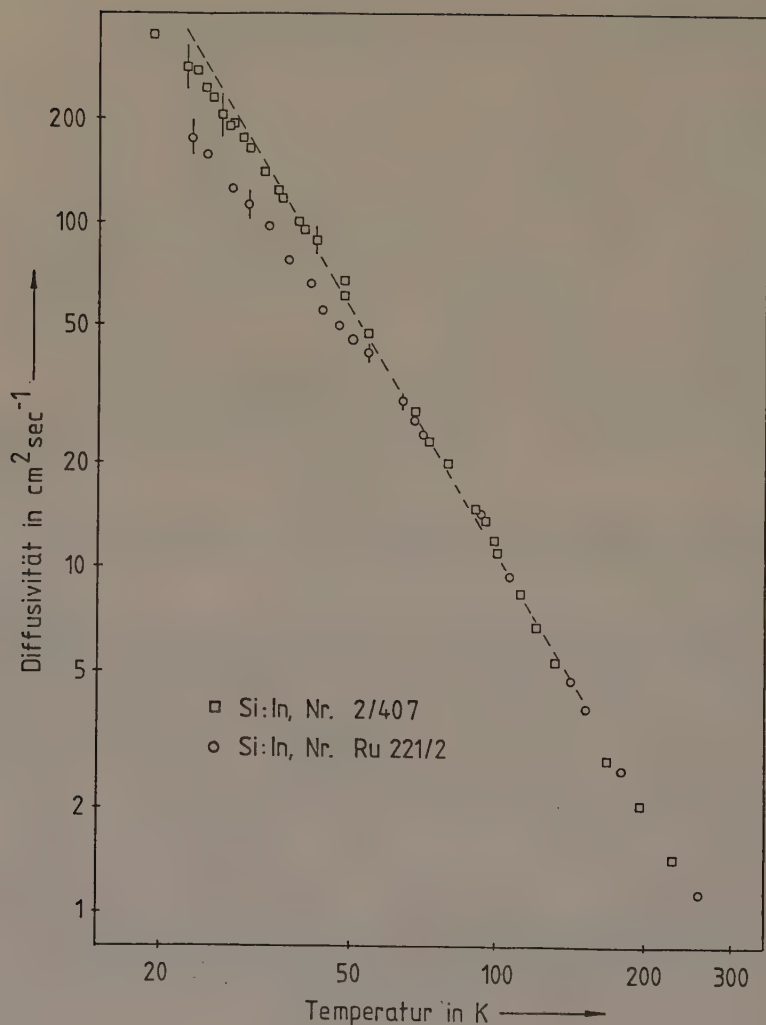


Bild 17: Temperatur- und Dotierungsabhängigkeit der Diffusivität gemessen an zwei Indium-dotierten Siliziumproben
Die Kurve — — — — — entspricht der Referenz

5. Diskussion der Diffusivitätsmessungen

Sämtliche mit Akzeptoren dotierte Siliziumproben zeigen eine Absenkung der Diffusivitätswerte gegenüber einer Referenzkurve, die an sehr niedrig dotiertem Silizium gemessen wird.

Es zeigt sich auch, daß die Diffusivitätswerte bei Zimmertemperatur aufeinanderliegen.

Zu tiefen Temperaturen, die außerhalb des zugänglichen Temperaturbereichs liegen (auf Grund der Vorgaben durch das Auflösungsvermögen des Transientenrekorders), sollten sämtliche Diffusivitätskurven gegen eine Grenze streben, die ausschließlich durch die kleinste Probenabmessung bestimmt ist. Das ist einzusehen, wenn man in der Gleichung 11a statt der mittleren Relaxationszeit eine freie Weglänge einführt

$$\langle t \rangle = v_s^{-1} \cdot l \quad l : \text{freie Weglänge}$$

Die Diffusivität ist dann durch

$$D = v_s \cdot l / 3 \quad v_s : \text{Schallgeschwindigkeit}$$

zu berechnen.

Die Schallgeschwindigkeit ist aus den elastischen Konstanten zu errechnen /Ki 73/ und man findet $v_s = 6.6 \cdot 10^5 \text{ cmsec}^{-1}$.

Damit ist der Grenzwert der Diffusivität, bei Verwendung der kleinsten Probenabmessung als obere Grenze der freien Weglänge $l = 0.03 \text{ cm}$, durch

$$D \approx 1000 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$$

gegeben. In der Messung wird diese Grenze nicht erreicht.

Die Absenkungen der Diffusivitätskurven für Akzeptor-dotiertes Silizium gegenüber der Referenz muß auf die Dotierung als dominierende Probeneigenschaft zurückgeführt werden.

Daß diese Folgerung gerechtfertigt ist, wird in den folgenden Abschnitten ausgeführt.

Zunächst jedoch muß die Diffusivitätsmessung an den Referenzproben selbst diskutiert werden.

5.1 Diskussion der Diffusivitätsmessungen an den Referenzproben

Aus dem Bild 14 ist ersichtlich, daß die Diffusivitätskurven der Referenzproben bei tiefen Temperaturen nicht mehr auf den Diffusivitätskurven nach der Literatur zu liegen kommen.

Neben den Ungenauigkeiten die bei der Entnahme der Wärmeleitfähigkeitswerte aus der Literatur entstehen können (die Wärmeleitfähigkeitswerte liegen in graphischer, nicht in tabellarischer Form vor) kann der beobachtete Unterschied in den Diffusivitätskurven auch auf Kristalleigenschaften zurückzuführen sein.

Zunächst ist hier die Grenze des Diffusivitätswertes zu nennen, die bei den Literaturproben wegen der größeren Probenabmessungen /Car 57, Gla 64/ höher liegt als bei den in dieser Arbeit verwendeten Proben.

Für die Literaturproben ist ein Grenzdifusivitätswert von $D \approx 10000 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ zu erwarten.

Weiter kann der Unterschied in den Diffusivitätskurven auch durch den Störstellengehalt der Proben verursacht worden sein.

So haben die in dieser Arbeit verwendeten Referenzproben einen Störstellengehalt von etwa 10^{15} cm^{-3} (ermittelt mit dem "Wackerrechenschieber") während die Literaturproben einen Störstellengehalt von $< 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ (ermittelt mit dem spezifischen Widerstand der Proben /Car 57, Gla 64/) haben sollten.

Eine weitere Ursache für den Unterschied in den Diffusivitätskurven kann durch Versetzungsgehalt begründet sein; leider sind von den Literaturproben dafür keine Daten vorhanden. Die Züchtung selbst sollte nicht zu dem beobachteten Unterschied in den Diffusivitätskurven führen, da sowohl die Referenzproben dieser Arbeit als auch die Proben aus der Literatur mit dem "float-zone" Verfahren gezogen wurden.

5.12 Berechnung einer Diffusivitätskurve für die Referenzproben

Im Kapitel 1 dieser Arbeit sind die Grundlagen zur Berechnung von Diffusivitätskurven zusammengefaßt.

Die Diffusivität ist somit über

$$D = \frac{1}{3} v_s^2 \langle \tau \rangle$$

(vgl. Formel I1a) zu berechnen. Die mittlere Relaxationszeit $\langle \tau \rangle$ ist dabei durch

$$\langle \tau \rangle = \int_0^{\Theta_D/T} \tau_{ges} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \quad / \quad \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \quad \cdot x = \frac{\hbar \omega}{k_B T}$$

gegeben (vgl. Formel I2).

Für die numerische Auswertung der Integrale wird eine konstante Debyetemperatur $\Theta_D = 645 \text{ K / Ki 73/}$ herangezogen.

Die Gesamtrelaxationszeit setzt sich aus den Relaxationszeiten für

- Oberflächenstreuung
- Phonon- Phononstreuung
- Streuung durch Störung der Gitterperiodizität
- Versetzungsstreuung

zusammen und zwar in der Form:

$$\tau_{ges}^{-1} = \tau_{kB}^{-1} + A \omega^4 + \left(B_1 e^{-\frac{\Theta_D}{2T}} + B_2 \right) \omega^2 T^{-3} + \gamma \omega \quad (\text{III1})$$

Die reziproke Relaxationszeit für die Phononstreuung an Kristallbegrenzung τ_{kB}^{-1} ist durch die Schallgeschwindigkeit $v_s = 6.6 \cdot 10^5 \text{ cmsec}^{-1}$ und der kleinsten Kristallabmessung (hier 0.03 cm) bestimmt (vgl. 1.1).

Zur Berechnung wird gesetzt: $\tau_{kB}^{-1} = 2.2 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1}$

Die Parameter B_1 und B_2 für die Phonon- Phononstreuung sowie der Parameter A für die Phononenstreuung durch die Störung der Kristallperiodizität sind in der Literatur für Silizium zu finden /Hol 63/.

Bei Holland findet man für diese Parameter /Hol 63/:

$$A = 1.32 \cdot 10^{-44} \text{ sec}^{-3}$$

$$(B_1 + B_2) = 3.8 \cdot 10^{-24} \text{ secK}^{-3}$$

Der die Versetzungsstreuung beschreibende Parameter Y dient als Fitparameter.

Den besten Fit der gemessenen Diffusivitätskurve für die Referenzprobe erhält man mit einem Wert $Y = 2.3 \cdot 10^5$.

Im Bild 18 ist die gerechnete Diffusivitätskurve zusammen mit den Meßwerten für die Referenzproben gezeigt.

Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ist befriedigend.

5.121 Bemerkung zum Versetzungsstreuungsparameter Y

Im Bild 18 ist eine weitere, gerechnete Diffusivitätskurve gezeigt, bei der der Parameter $Y = 2.3 \cdot 10^{-6}$ gesetzt ist. Kurven mit noch kleineren Y unterscheiden sich von dieser Kurve dann nicht mehr.

Da der Parameter Y auch von der Versetzungsdichte bestimmt wird /Kl 58/ und die mit dem kleineren Y gerechnete Kurve den Literaturdiffusivitätskurven ähnlich ist, erhärtet den Verdacht, daß die Unterschiede zwischen Literaturdiffusivitätskurven und Referenzkurven dieser Arbeit nicht unwesentlich vom Versetzungsgehalt der zugehörigen Proben bestimmt wird (vgl. 5.1).

Sämtliche Proben, die in dieser Arbeit beschrieben sind, sind aus sogenanntem "versetzungsfreien" Siliziumgrungmaterial gefertigt. Versetzungsfrei bedeutet dabei, daß im mikroskopischen Ätzbild keine typischen, versetzungsinduzierten Ätzgruben zu sehen sind. In diesen Proben gibt es aber dann Mikrodefekte, die sogenannten "Swirls",

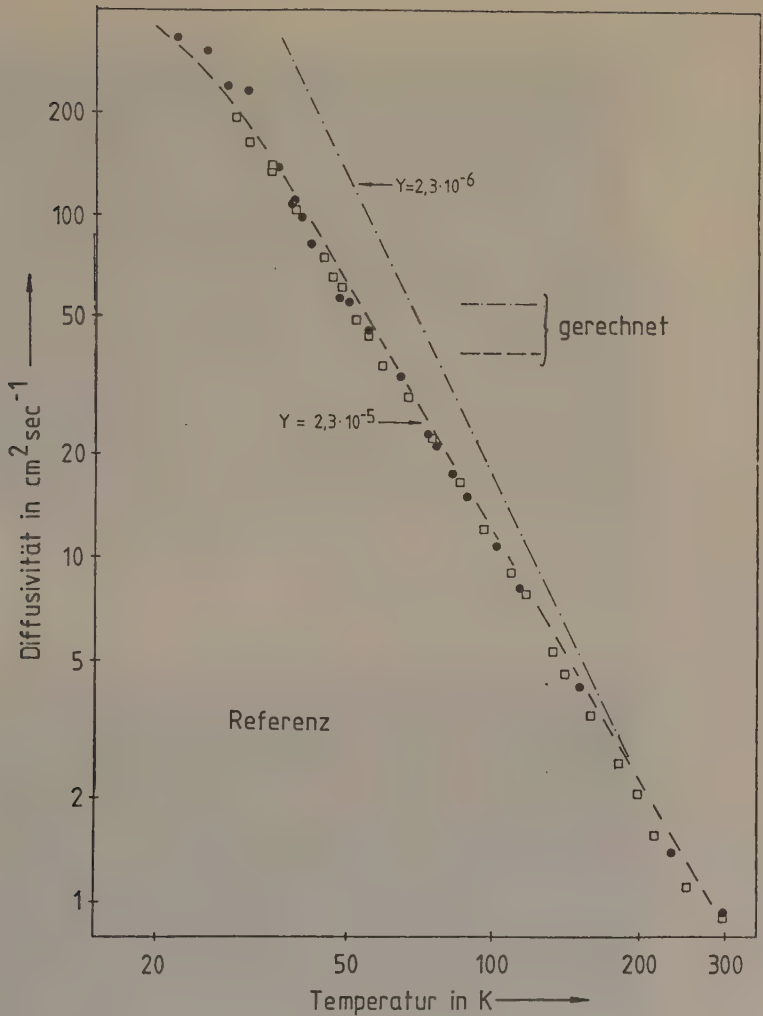


Bild 18: Berechnete Diffusivitätskurven für den intrinsischen Fall, mit dem Versetzungsstreuparameter Y als Parameter (die Rechnung ist im Text erläutert)

die sich im Ätzbild dann als Struktur bemerkbar machen. Diese "Swirls" entstehen durch Kondensation von Punktdefekten und liegen in Konzentrationen um 10^6 cm^{-3} vor. Durch Transmissionselektronenmikroskopische Aufnahmen findet man, daß diese Swirls Versetzungsschleifen mit einem Durchmesser von etwa $1 \mu\text{m}$ sind /Fö 77/.

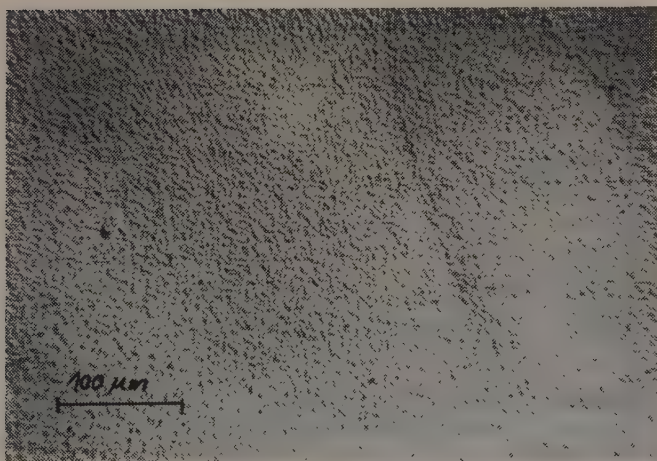
In den Bildern 19a,b sind Mikroskopaufnahmen (fotografiert mit einem Mikroskop mit Interferenzkontrasteinrichtung) der nach Sirtl /Rug 75/ geätzten Proben Si:P Nr 7246 und Si:Ga 8078 gezeigt. Neben der Störstellenkonzentration unterscheiden sich die Proben vor allem im Züchtungsprozess, die Phosphordotierte Probe ist mit dem "float-zone" Verfahren gezüchtet (wenig Sauerstoff), die Galliumdotierte Probe ist mit dem "Czochralski" Verfahren gezüchtet (viel Sauerstoff). Die Dichte der den Swirls zuzuordnenden Ätzipunkte (vgl. die entsprechenden Bilder bei /Fö 77/) unterscheidet sich für die beiden Proben.

Inwieweit die größere Ätzipunktdichte der Galliumdotierten Probe auf deren höheren Sauerstoffgehalt zurückzuführen ist, ist nicht zu klären.

Die Behandlung der Swirls mit der Versetzungsstreuung wird durch einen ähnlich gelagerten Fall bei den Alkalihalogeniden gestützt. Dort wird bei γ -bestrahlten Alkalihalogeniden eine Kondensation der erzeugten Punktdefekte gefunden und zur Beschreibung der daran gemessenen Wärmeleitfähigkeitskurven muß eine Relaxationszeit $\sim \omega$ herangezogen werden /Wal 63/.



Sirtl-geätzte Oberfläche der Probe Nr. 7246



Sirtl-geätzte Oberfläche der Probe Nr. 8078

Bild 19: Interferenzkontrast-Mikrofotografien der geätzten Probenoberflächen (Sirtl-Ätze, 15 min Ätzzeit)

5.2 Vergleich: Akzeptordotiertes Silizium - Referenz

Für die erste Analyse von Wärmeleitfähigkeitsdaten hat es sich bewährt die Wärmeleitfähigkeitskurve in die Kurve mittlere freie Weglänge gegen Temperatur umzurechnen /Be 76 und darin zitierte Arbeiten/. Für Messungen der Diffusivität erübrigt sich dieses Vorgehen, da die Diffusivität bereits proportional zu der mittleren freien Weglänge ist (vgl. Abschn. 5).

Für den Fall, daß sich die Diffusivität durch die intrinsische mittlere freie Weglänge $\langle l_o \rangle$ und durch eine Störstellenspezifische freie Weglänge $\langle l_{st} \rangle$ über

$$D \sim \langle l_o \rangle \langle l_{st} \rangle / (\langle l_o \rangle + \langle l_{st} \rangle)$$

ergibt, die reziproke Additivität der freien Weglängen wird aus der Additivität der reziproken Relaxationszeiten (vgl. 13) gefolgert, sollte sich die Störstellenspezifische freie Weglänge $\langle l_{st} \rangle$ aus einer Auftragung

$$1/D(\langle l_o \rangle) - 1/D' \text{ gegen die Temperatur}$$

ergeben.

Für die hier beschriebenen Experimente heißt das, aus einer Auftragung

$$1/D_{\text{Akzeptor}} - 1/D_{\text{Referenz}} \text{ gegen Temperatur}$$

ist, wenigstens sehr grob, auf die Störstellenspezifische mittlere freie Weglänge bzw. Relaxationszeit rückzuschließen. Ein ähnliches Analysenverfahren wird bei /Pa 75/ für die Wärmeleitfähigkeit angegeben.

Im weiteren werden solche Auftragungen für die Akzeptordotierten Proben vorgestellt. Die Referenzdiffusivität wird dabei in der Gestalt der gefundenen $T_o^{-2.4}$ - Abhängigkeit eingesetzt.

In den Bildern 20, 21 und 22 ist die Differenz aus reziproker Diffusivität der Akzeptordotierten Proben und reziproker Diffusivität der Referenzprobe für den jeweiligen Akzeptor gezeigt.

Für die Aluminiumdotierten Proben (vgl. Bild 20) findet man für beide Proben einen ähnlichen Verlauf der erhaltenen Kurven. So zeigen beide Kurven ein Maximum, das aber bei verschiedenen Temperaturen auftritt.

Das Maximum, zugehörig zu der höher dotierten Probe (Si:Al 7681) erscheint bei einer Temperatur $T_M = 55\text{K}$ das Maximum, zugehörig zur niedriger dotierten Probe (Si:Al 8427/1) tritt bei einer Temperatur $T_M = 50\text{K}$ auf, allerdings weniger ausgeprägt.

Die Ordinatenwerte beider Maxima stehen im Verhältnis 1:10 zueinander entsprechend der zugehörigen Aluminiumkonzentrationen.

Die eingezeichneten Fehlerbalken rühren allein von den Fehlern in den Messungen an den Akzeptordotierten Proben her.

Auch für die Galliumdotierten Proben (vgl. Bild 21) findet man ein ähnliches Kurvenbild. Wiederum haben die gezeigten Kurven ein Maximum, dessen Temperaturwert sich mit abnehmender Galliumkonzentration zu niedrigeren Werten verschiebt. Die drei ähnlich hoch dotierten Proben (Si:Ga 7234, 8078 und 7682) erreichen ein Maximum in ihrer Differenzaustragung der Diffusivität bei $T_M = 60\text{K}$, die niedriger dotierte Probe (Si:Ga 2/329) hat ein Maximum in dieser Differenzaustragung bei $T_M = 50\text{K}$. Auch hier sind die Quotienten aus den Ordinatenwerten der Maxima ähnlich dehnend aus den zugehörigen Dotierungskonzentrationen.

Für die beiden Indiumdotierten Proben zeigt sich in der Differenzaustragung der Diffusivitäten ein verschiedenes Bild. Für die höher dotierte Probe (RU221/2A) ist der Kurvenverlauf ähnlich dehnend, der bereits beschriebenen Akzeptordotierten Proben. Für diese Indiumdotierte Probe

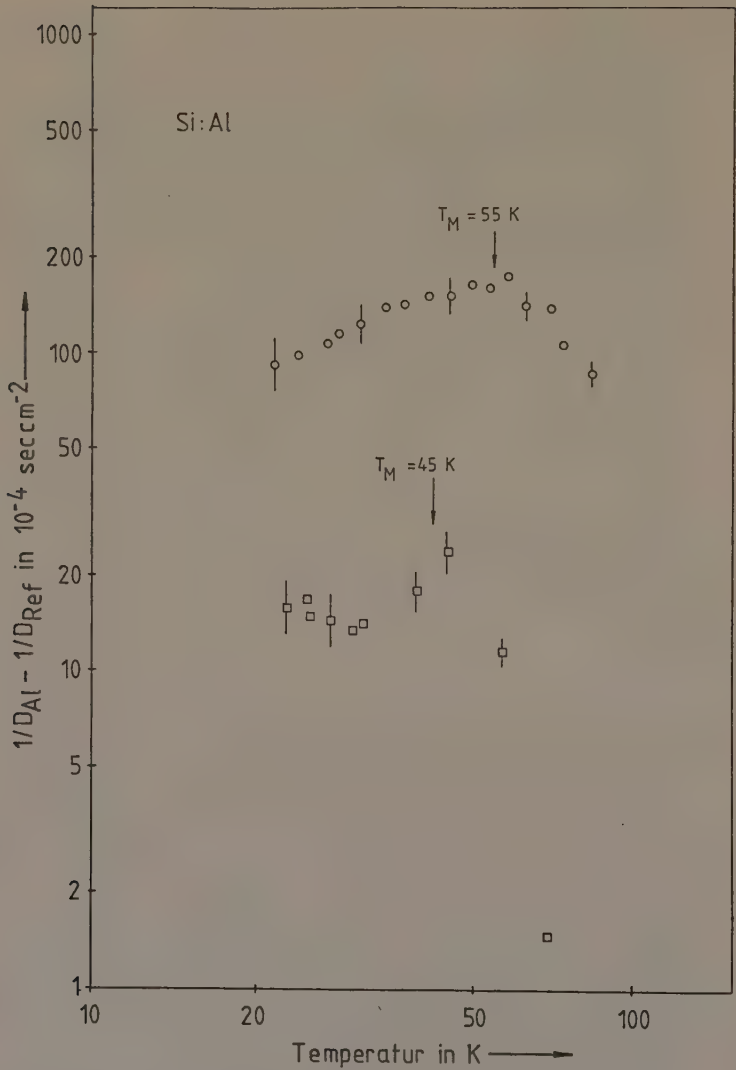


Bild 2o: Vergleich: Diffusivität der Aluminium-dotierten Proben mit der Diffusivität der Referenzproben (vgl. Text)

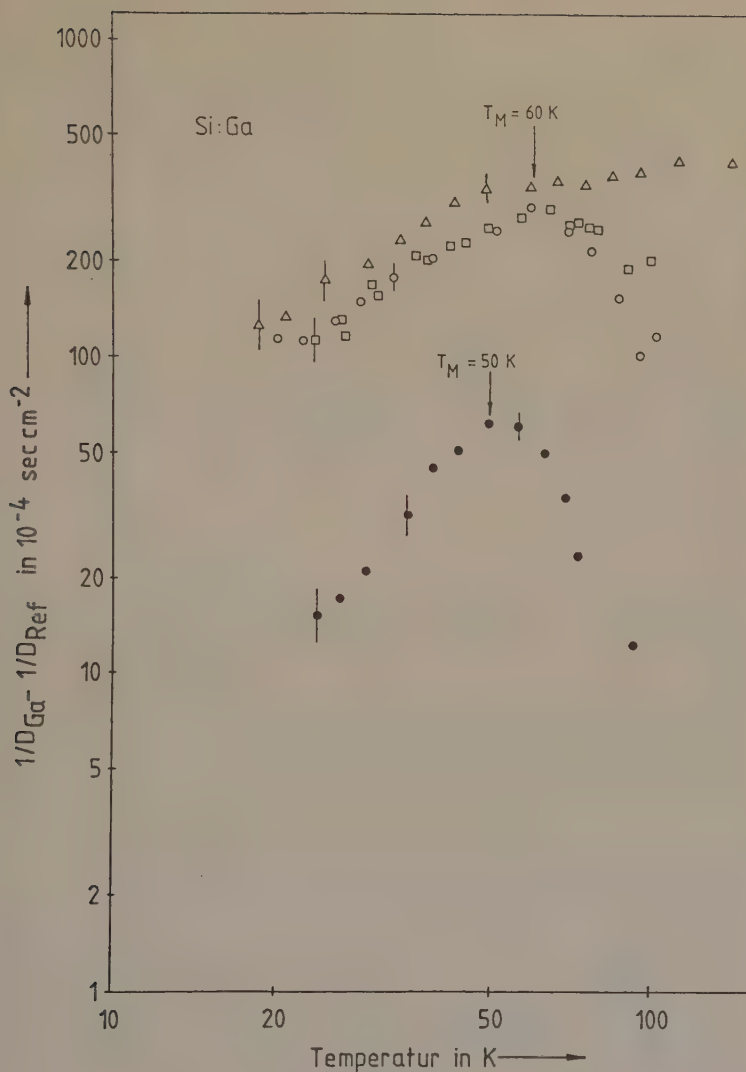


Bild 21: Vergleich: Diffusivität der Gallium-dotierten Proben mit der Diffusivität der Referenzproben (vgl. Text)

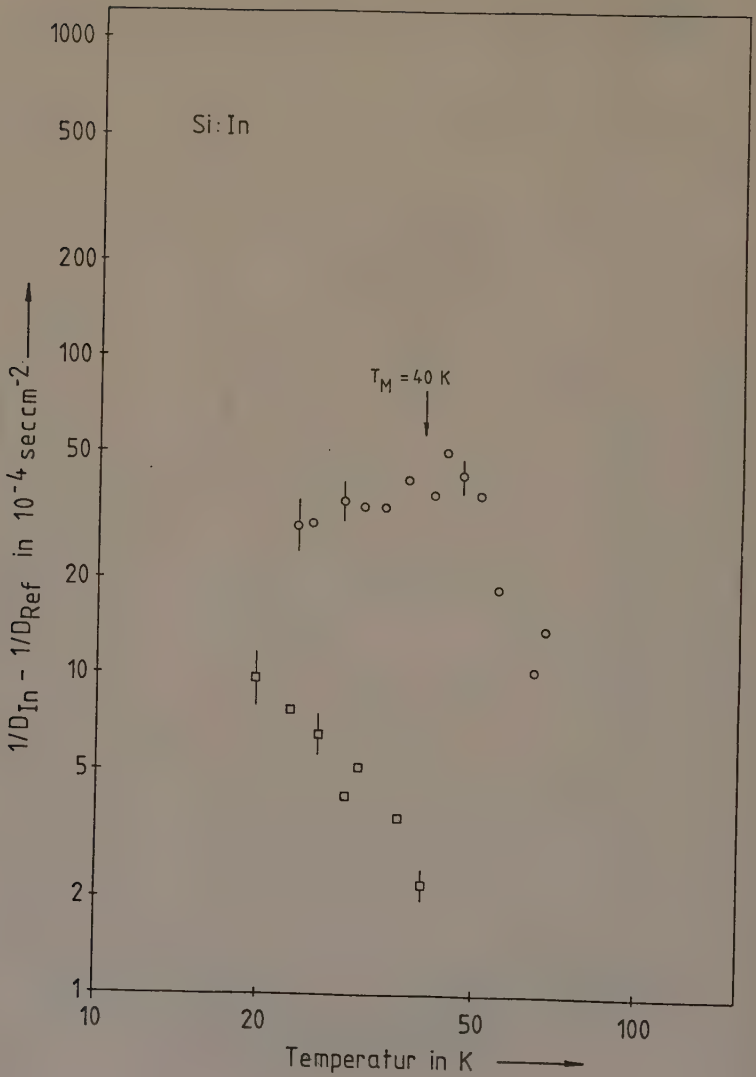


Bild 22: Vergleich: Diffusivität der Indium-dotierten Proben mit der Diffusivität der Referenzproben (vgl. Text)

liegt das Maximum bei $T_M = 40 \text{ K}$. Für die niedriger dotierte Probe (Si:In 2/407) ist nur ein Anstieg zu tiefen Temperaturen hin zu beobachten. Da die Indiumkonzentration in dieser Probe sehr niedrig liegt ($N_{\text{In}} = 1.3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) ist die Absenkung gegen die Referenzkurve sehr gering und da weiter nur der Fehler in der Messung an der dotierten Probe berücksichtigt ist und der $T_0^{-2.4}$ Diffusivitätsverlauf der Referenz bei Temperaturen unter 30 K nicht mehr gegeben ist, muß das abweichende Kurvenverhalten in der Differenzauftragung für die niedrig dotierte Indiumprobe auf Fehler in der Differenzbildung zurückgeführt werden.

5.21 Folgerungen

Die Absenkung der Diffusivitätskurven für Akzeptor-dotiertes Silizium ist auf die Dotierung mit Akzeptoren zurückzuführen.

Daß der hohe Sauerstoffgehalt der meisten dotierten Proben nur wenig zu einer Absenkung beiträgt, ergibt sich aus einem Vergleich zwischen ähnlich hoch, aber unterschiedlich gezogenen Proben.

Die Probe Si:In RU221/2A ist "float-zone" gezogen (niedriger Sauerstoffgehalt) und hat eine Akzeptorkonzentration $N_{\text{In}} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ die Probe Si:Al 8427/1 ist dagegen "Czochralski" gezogen (hoher Sauerstoffgehalt) hat aber auch eine Akzeptorkonzentration $N_{\text{Al}} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Die Differenzauftragungen der zugehörigen Diffusivitätskurven unterscheiden sich fast nicht (vgl. Bilder 20 u. 22).

Die Maxima liegen fast bei der gleichen Temperatur und die Ordinatenwerte der Maxima haben auch die gleiche Größenordnung; ein Einfluß des unterschiedlich hohen Sauerstoffgehalts ist also nicht zu erkennen.

Die für die Aluminium- und für die Galliumdotierten Proben

beobachtete Verschiebung der Maxima in den Differenzauftragungen der Diffusivitäten für höhere Dotierungen zu höheren Temperaturen läuft parallel mit einer erhöhten Ätzpunktdichte in den Ätzbildern (vgl. Bild 19). Die Konzentrationskorrelierte Diffusivitätsabsenkung die sich in den Ordinatenverhältnissen der Maxima in den Differenzauftragungen der Diffusivitätskurven dokumentiert, ist der stärkste Hinweis darauf, daß die beobachtete Diffusivitätsabsenkung allein auf die Dotierung mit Akzeptoren zurückzuführen ist.

5.3 Berechnung von Diffusivitätskurven für dotierte Siliziumproben.

Das Aussehen der Kurven in den Differenzauftragungen (glockenartig) läßt eine resonante Wechselwirkung der Phononen mit den Akzeptoren vermuten.

Wegen der höheren Ätzpunktdichte bei den hoch dotierten Proben (Dotierung $\geq 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) wird für diese Proben der Versetzungsstreuungsparameter erhöht (hier ist $Y' = 2.3 \cdot 10^{-4}$ entsprechend der etwa 10-fach höheren Ätzpunktdichte vgl. Bild 19).

Für die niedriger dotierten Proben (Dotierung $\approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) bleibt der Versetzungsstreuungsparameter Y gegenüber dem intrinsischen Fall (Referenz) ungeändert.

Die Relaxationszeit für die dotierten Proben wird nun aus der Relaxationszeit τ_{ges} , die die Referenz beschreibt, und einer resonanten Relaxationszeit zusammengesetzt:

$$\tau_{tot}^{-1} = \tau_{ges}^{-1} + \tau^{-1}$$

Diese Relaxationszeit wird in die Formel I2 eingesetzt und daraus wird dann die Diffusivität berechnet.

Da die Absenkung Akzeptorbezogen ist, wird zunächst die Resonanzrelaxationszeit nach /Suz 71/ (vgl. Abschnitt 1.52) zur Rechnung herangezogen. Diese beschreibt die Phononenstreuung an einem aufgespaltenen Akzeptorgrundzustand.

Die vereinfachte Relaxationszeit nach /Suz 71/ lautet:

$$\tau_{Ak2}^{-1} = \frac{N_s \cdot \omega^4}{100 v_s^2 v_s^2} \cdot \left(\frac{2}{3} D_u^a \right)^4 f^2 \left(\frac{\omega}{v_s} \right) \frac{v_{long}^{-5} f^2 \left(\frac{\omega}{v_{long}} \right) + \frac{3}{2} v_{trans}^{-5} f^2 \left(\frac{\omega}{v_{trans}} \right)}{(\Delta^2 - \hbar^2 \omega^2)^2} \cdot \left((10 + 3.33) \Delta^2 + 10.33 (1 + D^2) \hbar^2 \omega^2 \right)$$

$$D := D_u^a / D_u^a \quad f(\omega/v) = (1 + 0.25(a^* \omega/v)^2)^{-2}$$

N_s : Konzentration der Störstelle

ρ : Dichte

Die Schallgeschwindigkeiten $v_{long} = 9.33 \cdot 10^5 \text{ cmsec}^{-1}$ und $v_{trans} = 5.42 \cdot 10^5 \text{ cmsec}^{-1}$ erhält man nach Mittelung über die zugehörigen Phononenzweige aus den elastischen Konstanten (das Verfahren ist bei /Ki 73/ beschrieben).

Bei der Berechnung wird vom System Silizium dotiert mit Indium ausgegangen, da für dieses System die notwendigen Parameter bekannt sind /Sig 82/.

Bei /Sig 82/ findet man:

$$D_u^a = 1.47 \text{ eV}; D_u^a = 2.32 \text{ eV}; D = 0.64$$

$$a^* = 5.2 \text{ \AA}$$

$$\Delta = 4.2 \text{ meV}$$

Mit der bekannten Indiumkonzentration (vgl. Tabelle 1) läßt sich jetzt eine Diffusivitätskurve berechnen.

Im Bild 23 sind für die beiden Indiumproben die zugehörigen gerechneten Diffusivitätskurven gezeigt.

Der gemessene Kurvenverlauf wird durch die Rechnung überraschend gut wiedergegeben.

Die Abweichung der Kurven von den gemessenen Werten bei etwa 100 K ist wahrscheinlich auf die in Abschnitt 1.52 genannten Vereinfachungen der Relaxationszeit zurückzuführen.

Nebenbemerkung: Eine vorläufige gerechnete Kurve nach dem Relaxationszeitausdruck in /Sig 82/ und der Formel I2 entspricht der Meßkurve ebenfalls /May 83/.

Für die niedrige Aluminium- und Galliumdotierung wird

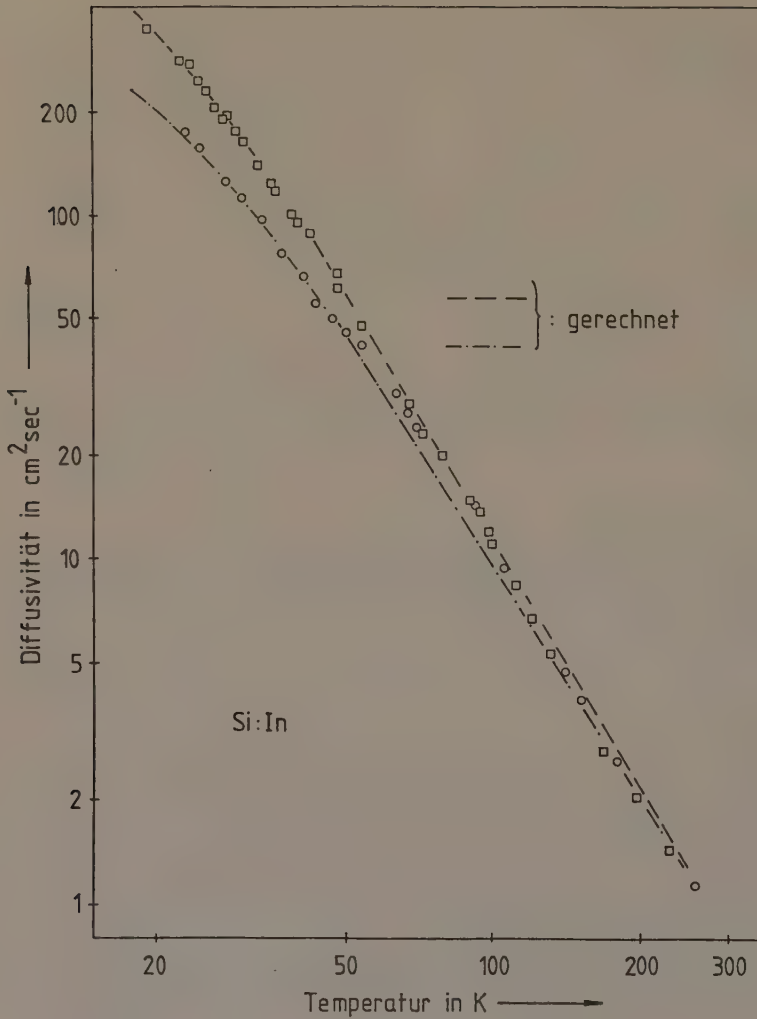


Bild 23: Berechnete Diffusivitätskurven für die Indium-dotierten Siliziumproben nach dem Modell von /Suz 71/

davon ausgegangen, daß sich das Deformationspotential-verhältnis D nicht ändert. Durch Variieren des Produkts $N_s \cdot (D_{u'}^a)^4$ in den Grenzen, die von den bekannten Konzentrationen und plausiblen Werten für das Deformationspotential (die Grenzen werden dafür durch die Deformationspotentiale von Indium und Bor vorgegeben /Sig 82/) und Variieren der Parameter Δ und a^* kann man Kurven errechnen und mit den Meßkurven vergleichen.

Am besten werden die Diffusivitätsmessungen an niedrig Gallium- und Aluminium dotierten Proben mit den Parametern

$$\Delta_{Ga} : 3.7 \text{ meV}$$

$$\Delta_{Al} : 3.4 \text{ meV}$$

$$a_{Ga}^* : 7 \text{ \AA}$$

$$a_{Al}^* : 8 \text{ \AA}$$

wiedergegeben. Die damit gerechneten Kurven sind in den Bildern 24 und 25 gezeigt. Auch hier ist die Übereinstimmung überraschend gut.

Für die höher dotierten Proben wird entsprechend der Bemerkung vom Beginn dieses Abschnitts mit einem erhöhten Versetzungsstreuungsparameter γ gerechnet; die dann errechneten Diffusivitätskurven sind ebenfalls in den Bildern 24 und 25 gezeigt.

Daß die resonante Phononenstreuung durch den Massendefekt der Störstelle (vgl Abschnitt 1.51) nicht bestimmend ist, ist durch die funktionale Abhängigkeit der zugehörigen Relaxationszeit τ_{α}^{-1} vom Massendefekt $\Delta M/M$ der Störstelle begründet. So hat Aluminium einen sehr kleinen Massendefekt, zeigt aber in der Diffusivitätskurve Absenkungen in der gleichen Größenordnung wie die schwereren Dotierelemente.

Eine, mit der Massendefektrelaxationszeit τ_{α}^{-1} gerechnete Diffusivitätskurve für Gallium in Silizium ist in Bild 25 gezeigt. Diese Kurve zeigt für hohe Temperaturen ihre stärkste Absenkung gegenüber der Referenz und nähert sich zu tiefen Temperaturen hin der Referenz wieder an, im Gegensatz zum experimentellen Befund.

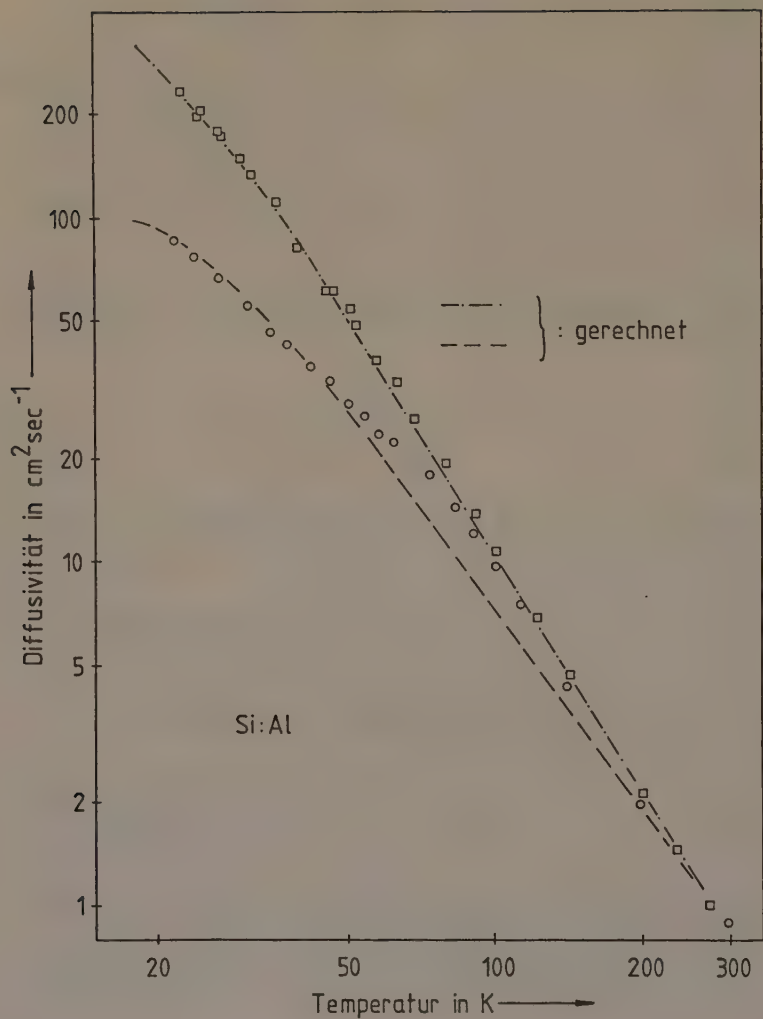


Bild 24: Berechnete Diffusivitätskurven für die Aluminium-dotierten Siliziumproben nach dem Modell von /Suz 71/ (vgl. Text)

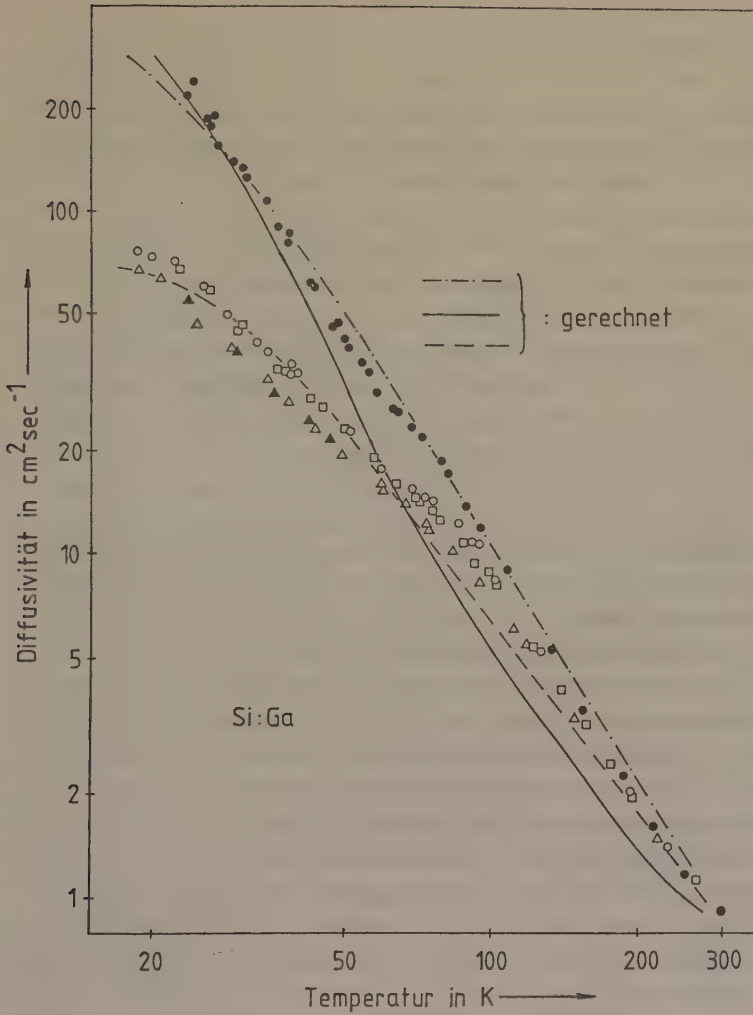


Bild 25: Berechnete Diffusivitätskurven für die Gallium-dotierten Proben nach dem Modell von /Suz 71/ — · — · — , — — — — und /Mc Co.64/ — — — — (vgl. Text)

5.4 Diskussion der Meßmethode

Wegen der Art der Präparation des Temperatursensors (Umdotierung durch Implantation) ist diese Meßmethode nur für Halbleiter anwendbar, die sowohl p- als auch n-Leitung zeigen.

Durch die Verwendung der Maskentechnologie für die Präparation ergibt sich ein Maß an Reproduzierbarkeit der Proben, die durch konventionelle Methoden der Anbringung von Heizern und Temperatursensoren nicht erreichbar ist. Insbesondere für vergleichende Messungen, wie in dieser Arbeit, ist die Reproduzierbarkeit in der Anordnung Heizer - Sensor unerlässlich.

Da die hohe Dotierung des Sensors diesem metallisches Verhalten gibt (Abnahme des Widerstands zu niedrigen Temperaturen), ist die Grenze der Meßmethode dann erreicht, wenn der Sensor in den Restwiderstandsbereich mit konstantem Widerstand kommt. Dann verliert der Sensor seine Temperaturempfindlichkeit.

Für die Sensoren die für diese Arbeit präpariert sind geschieht das bei etwa 10 K /Kn 83/.

Daß der Bereich der ballistischen Phononenausbreitung in dieser Arbeit nicht erreicht wird, läßt sich aus der maximal erreichten Diffusivität abschätzen. Bei einer Diffusivität $D \approx 300 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$ ist die freie Phononeweglänge $l \sim 20 \mu\text{m}$ (vgl. Abschnitt 5) Auf der Strecke Heizer - Detektor ($\sim 0.6 \text{ cm}$) finden also einige hundert Stoßprozesse statt, genug um die Phononen des Wärmepulses zu thermalisieren.

5.5 Anwendungen für die Meßmethode

In der Bestimmung der Störstellenkonzentration in einem Halbleiter ist diese Methode elektrischen und optischen Methoden unterlegen.

Zur Untersuchung von elektrisch- und optisch nicht aktiven Störungen des Gitters ist es aber sinnvoll Diffusivitätsmessungen nach der Methode dieser Arbeit einzusetzen. Der Einfluß der Swirls auf die Diffusivität (vgl. 5.121) ist ein gutes Beispiel dafür.

Über diese Meßmethode ergibt sich damit ein guter Zugang auch zu inneren Verspannungen eines Kristalls, die andere Ursachen als Versetzungen haben. Hier wären z.B. Sauerstoffausscheidungen zu nennen. Auch Korn-grenzenuntersuchungen in den neuen kolumnaren Silizium-materialien sollten möglich sein.

5.6 Zusammenfassung und Ausblick

Wesentliche Erkenntnis aus den vorhergehenden Abschnitten ist die Tatsache, daß im "versetzungsfreien" Silizium für die Beschreibung der Diffusivität in Relaxationszeitnäherung Streuung der Phononen an Dehnungsfeldern (= Versetzungsstreuung) berücksichtigt werden muß.

Weiter ist wesentlich, daß im mit Akzeptoren dotierten Silizium die Phononenstreuung am aufgespaltenen Akzeptorgrundzustand die Wärmeausbreitung begrenzt.

Als Fortsetzung der hier beschriebenen Untersuchungen ist es vorstellbar, daß über gezielte Beeinflussung der Dehnungsfeldstreuung näheres über die Natur der Swirls zu erfahren wäre.

Experimente in dieser Richtung könnten an undotierten Proben etwa so ablaufen:

durch Einwirkung von Zug oder Biegung bei erhöhten Temperaturen können die Swirls zur Kondensation in makroskopischen Versetzungen gebracht werden. Darauf folgende Diffusivitätsmessungen sollten das Verschwinden der Spannungen zeigen.

Der dynamische Jahn-Teller Effekt ist eine Möglichkeit, die eine Akzeptorgrundzustandsaufspaltung bewirkt, die vorhandenen inneren Spannungen sind eine andere. Auch hier könnte die Kondensation der Swirls Hinweise liefern.

6. Zusammenfassung

In der hier vorliegenden Arbeit wird zunächst ein Überblick über Phononenwechselwirkungsmechanismen gegeben, die die Wärmeausbreitung beeinflussen. Es werden Phononenrelaxationszeiten angegeben die die Berechnung der Diffusivität in Relaxationszeitnäherung erlauben. Zur Diffusivitätsberechnung wird eine Formel von Guyer und Krumhansl /Gu 66/ verwendet.

Für die, wegen ihrer präparativ einfachen Handhabbarkeit, gewählten Probenanordnung wird die Lösung der Wärmeleitungsgleichung diskutiert; mit der Lösung der Wärmeleitungsgleichung ist eine Optimierung der Probengeometrie möglich.

An verschiedenen, mit Akzeptoren dotierten, Siliziumproben werden temperaturabhängige Diffusivitätsmessungen durchgeführt. Die zugehörigen Diffusivitätskurven werden mit einer, an niedrig dotierten Siliziumproben gemessenen, Referenz-Diffusivitätskurve verglichen.

Die Ergebnisse weisen darauf hin, daß neben den intrinsischen Phononenstreumechanismen (Oberflächenstreuung, Phonon-Phononstreuung und Massendifferenzstreuung) auch die Phononenstreuung an Dehnungsfeldern durch Versetzungen und die Phononenstreuung am aufgespaltenen Akzeptorgrundzustand berücksichtigt werden muß.

Zur Erklärung der Streuung an den Akzeptorgrundzuständen müssen die Aufspaltungsenergien, bei der Verwendung des Modells von Suzuki und Mikoshiba /Suz 71/ folgende Werte haben:

$$\Delta_{\text{Ga}}: 3.7 \text{ meV}$$

$$\Delta_{\text{Al}}: 3.4 \text{ meV}$$

Die Aufspaltung des Indiumgrundzustandes ($\Delta_{\text{In}}: 4.2 \text{ meV}$) ist aus der Literatur entnommen /Sig 82/.

Die Meßmethode wird diskutiert und mögliche weitere Untersuchungen werden vorgeschlagen.

Die beobachteten Absenkungen der Diffusivitätswerte zu tiefen Temperaturen hin, relativ zu einer Referenzkurve, sind typisch für die hier untersuchten Siliziumproben.

Es ist nicht möglich aus der Größe der Absenkung auf die Art des Akzeptors zu schließen.

Jedoch ist innerhalb einer Akzeptor-Dotierungsreihe die Absenkung proportional zur Akzeptorkonzentration und kann dann als Charakteristikum herangezogen werden.

Literaturliste

- /Alt 75/ S. Alterovitz et.al.
J. Appl. Phys. 46, 3637 (1975)
- /Bee 62/ D. Beers et. al.
in Proceedings of the International Conference
on the Physics of Semiconductors
Exeter 1962
- /Be 76/ R. Berman
Thermal Conduction in Solids
Clarendon Press Oxford (1976)
- /Cal 59/ J. Callaway
Phys. Rev. 113, 1046 (1959)
- /Car 61/ P. Carruthers
Rev. Mod. Phys. 33 (1961)
- /Car 57/ J. Carruthers et. al.
Proc. Roy. Soc. A238, 502 (1957)
- /Cas 38/ H.B.G. Casimir
Physica 5, 497 (1938)
- /Car 59/ H. Carslaw, J. Jaeger
Conduction of Heat in Solids
Clarendon Press, Oxford 1959
- /DeG 81/ De Goer et. al.
J. Physique C6, 235 (1981)
- /Erd 66/ J. Erdmann, J. Jahoda
J. Appl. Phys. 37, 3869 (1966)

- /Erd 69/ J. Erdmann
Wärmeleitung in Kristallen.....
Springer Verlag (1969)
- /Flu 59/ P. Flubacher et. al.
Phil. Mag. 4, 273 (1959)
- /Fö 77/ H. Föll et. al.
in Semiconductor Silicon 1977
ed. R. Huff; Electrochemical Society Proceedings
- /Gla 64/ C. Glassbrenner, G. Slack
Phys. Rev. 134A, 1058 (1964)
- /Gu 66a,b/ R. Guyer, J. Krumhansl
Phys. Rev. 148, 766 (1966)
" " " , 778 "
- /Gr 63/ A. Griffin, P. Carruthers
Phys. Rev. 131, 1976 (1963)
- /Hof 79/ Karl Hofmann, private Mitteilung
Eichtabellen für Thermoelemente IAP 1979
- /Hol 62/ M. Holland, C. Neuringer
in Proc. of the International Conference
on the Physics of Semiconductors
Exeter 1962
- /Hol 63/ M. Holland
Phys. Rev. 132, 2461 (1963)
- /Ki 73/ C. Kittel
Lehrbuch der Festkörperphysik
Oldenbourg Verlag 1973

- /Kl 58/ P.G. Klemens
Sol. St. Phys. 7,1 (1958)
- /Krü 69/ R. Krüger
Dissertation TU Berlin (1969)
- /Mad 73/ Festkörpertheorie III
Springer Verlag (1973)
- /Mc Co 64/ Mc Combie, J. Slater
Proc. Phys. Soc. 84, 499 (1964)
- /Mo 65/ M. Mors
J. Appl. Phys. 36, 3308 (1965)
- /Mor 70/ T. Morgan
Phys. Rev. Lett. 24, 887 (1970)
- /Oh 68/ K. Ohashi
J. Phys. Soc. Jap. 24, 437 (1968)
- /Pa 75/ J. Parrots, A. Stuckes
Thermal conductivity of solids
Pion Press 1975
- /Phi 80/ W. Phillips
J. Appl. Phys. 51, 3583 (1980)
- /Rug 75/ J. Ruge
Halbleiter-Technologie
Springer Verlag 1975
- /Ros 71/ Rosendal
in " Ion - Implantation"
ed. F. Eisen u. L. Chadderton
Gordon und Breach, London 1971

- /Sig 82/ E.Sigmund, K. Lassmann
phys. stat. sol. (b) 111, 681 (1982)
- /Som 62/ A. Sommerfeld
Partielle Differentialgleichungen der Physik
Geest und Portig, Leipzig 1962
- /Suz 71/ K. Suzuki, N. Mikoshiba
J. Phys. Soc. Jap. 31, 44 (1971)
- /Wa 81/ Peter Wagner, private Mitteilung
- /Wag 63/ M.C. Wagner
Phys. Rev. 131, 1443 (1963)
- /Wal 63/ C. Walker
Phys. Rev. 132, 1963 (1963)
- /wi,Sch,Zi/ J. Wirkner, R. Schaub, E. Ziegler, private
Mitteilungen; IAP Halleffektsmessungen
- /Zi 56/ J. Ziman
Phil. Mag. 8, 191 (1956)
- /Zi 58/ J. Ziman
Electrons und Phonons
Clarendon Press, Oxford 1958

Neue Zitate, nach Abschluß der schriftlichen Ausarbeitung
eingefügt

- /Kn 83/ W. Knaack, private Mitteilung über das
Sensorverhalten bei Temperaturen 20 K
- /Mai 83/ J. Maier, private Mitteilung über Rechnungen
mit dem Modell nach /Sig 82/

Diese Arbeit entstand am Lehrstuhl für Angewandte Physik der Universität Erlangen nach einer Anregung von Prof. Dr. M. Schulz.

Herrn Prof. Dr. M. Schulz möchte ich für sein förderndes Interesse an dieser Arbeit meinen Dank aussprechen.

Durch Ihre kritischen Bemerkungen trugen die Herren Prof. Dr. R. Helbig und Dipl. Phys. R. Kuhnert zum Gelingen der Arbeit bei. Dafür möchte ich mich bedanken. Herr R. Kuhnert stellte auch den Vorverstärker zur Verfügung.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn E. Hinterhölzl und seinen Mitarbeitern in der Werkstatt für die Anfertigung der Meßapparatur; bei Herrn W. Letzl für das Anfertigen des Pulsgenerators und der Wheatstonebrücke sowie für die Durchführung der Ionenimplantationen; nicht zuletzt auch bei Herrn G. Hergenröder für die immer prompte Versorgung mit Helium.

Lebenslauf:

Ich, Richard Hans Peter Türkes, wurde am 3. Mai 1953 als erstes von drei Kindern der Eheleute Paul Türkes und Kunigunda Türkes, geb. Klump in Lichtenfels / Ofr. geboren.

Von 1959 bis 1966 besuchte ich die Volksschule in Lichtenfels, von 1966 bis 1970 dann die Realschule in Burgkunstadt die ich mit der Mittleren Reife abschloß. Die Fachhochschulreife erlangte ich an der Fachoberschule Coburg, die ich in den Jahren 1970 bis 1972 besuchte.

Im Herbst 1972 begann ich das Studium der Technischen Physik an der Fachhochschule München. Nach dem zweiten Semester legte ich die Vorprüfung ab und begann anschließend das Studium der Physik an der Universität Erlangen. Die Diplomvorprüfung legte ich hier im Frühjahr 1976 ab. Im Jahr 1977 kam ich an den Lehrstuhl für Angewandte Physik zur Anfertigung einer Diplomarbeit.

Die Diplomhauptprüfung bestand ich im Frühjahr 1979.

Seit März 1979 bin ich am Lehrstuhl für Angewandte Physik als Wissenschaftlicher Angestellter tätig und mit der Anfertigung der vorliegenden Dissertation beschäftigt.

Im Juni 1979 heiratete ich die Arzthelferin Gertraud Bogdahn, unser Sohn Florian wurde im Oktober 1980 geboren.

